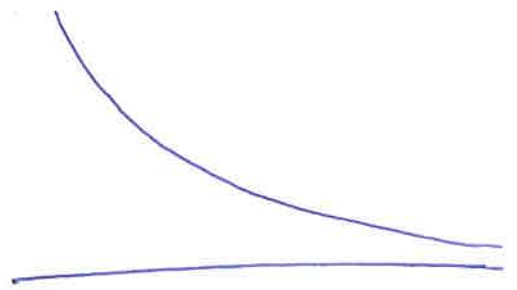


## pergunta modelo para o exame de TOPOLOGIA

Comente sobre as seguintes afirmações

- ① Seja  $(X, d)$  um espaço métrico. Sejam  $F_1$  e  $F_2$  dois conjuntos fechados disjuntos. Então  $\text{dist}(F_1, F_2) > 0$
- ② Seja  $(X, d)$  um espaço ~~topológico~~ métrico. Sejam  $F_1$  e  $F_2$  dois conjuntos fechados disjuntos. Existem então dois conjuntos abertos disjuntos  $A_1$  e  $A_2$  tais que  $F_1 \subset A_1$  e  $F_2 \subset A_2$
- ③ Seja  $X$  um espaço topológico. Sejam  $F_1$  e  $F_2$  dois conjuntos fechados disjuntos. Existem então dois conjuntos abertos disjuntos  $A_1$  e  $A_2$  tais que  $F_1 \subset A_1$  e  $F_2 \subset A_2$

resposta A afirmação ① é falsa; basta pensar no eixo horizontal em  $\mathbb{R}^2$  e no gráfico duma função com uma assíntota horizontal



A afirmação ② é verdadeira; podemos tomar

$$A_1 = \{x \in X : \text{dist}(x, F_1) < \text{dist}(x, F_2)\}$$

$$A_2 = \{x \in X : \text{dist}(x, F_1) > \text{dist}(x, F_2)\}$$

A afirmação ③ é falsa; basta pensar num espaço topológico não separado.