

Meteorologia – Séries de exercícios

1º Semestre - 2025/26

4. Instabilidade estática

Exercício 4.1.

O Gervásio e a Hortelinda foram acampar e decidiram acender uma lanterna. A temperatura do meio é de 15°C e a pressão de 1020 [hPa] , mas suponha uma partícula de ar acima da lanterna que aquece até aos 60°C . Calcule a flutuação por unidade de massa. Considere o ar seco em primeira aproximação.

Solução:

Aplicando diretamente flutuação por unidade de massa (lei de Arquimedes):

$$\begin{aligned} b &= \frac{F}{m_{part}} = \frac{\rho_{meio} - \rho_{part}}{\rho_{part}} g = \frac{T_{part} - T_{meio}}{T_{meio}} g = \\ &= \frac{333.15 \text{ [K]} - 288.15 \text{ [K]}}{288.15 \text{ [K]}} \times 9.81 \text{ [m s}^{-2}] = 1.53 \text{ [m s}^{-2}] = 1.53 \text{ [N kg}^{-1}] \end{aligned}$$

Exercício 4.2.

Considere uma camada seca da atmosfera caracterizada por uma taxa decrescente de temperatura de 5°C km^{-1} , com uma temperatura de 280 [K] .

- Discuta o estado desta camada do ponto de vista da estabilidade estática.
- Se uma partícula de ar for perturbada na vertical, vai sofrer uma oscilação. Calcule o período da mesma.

Solução:

a) Um vez que a camada não está saturada (está seca, inclusive), podemos desprezar o efeito da humidade na densidade, assim, podemos calcular o gradiente térmico adiabático:

$$\left(\frac{dT}{dz} \right)_{adiab} = -\frac{g}{c_p} = -\frac{9.81 \text{ [m s}^{-2}]}{1005 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]} = -9.76 \text{ [K km}^{-1}]$$

Assim, a nossa camada arrefece mais lentamente (relativamente ao movimento vertical) pelo que estamos numa situação de estabilidade estática.

- Podemos partir da frequência de Brunt-Väisälä para calcular o período de oscilação:

$$\begin{aligned} N^2 &= \frac{g}{\theta} \frac{d\theta}{dz} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow N^2 &= \frac{g}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{c_p} \right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow N &= \sqrt{\frac{g}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{c_p} \right)} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow N &= \sqrt{\frac{9.81 \text{ [m s}^{-2}]}{280 \text{ [K]}} (-5 \times 10^{-3} \text{ [K m}^{-1}] + 9.76 \times 10^{-3} \text{ [K m}^{-1}])} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow N &= 0.0129 \text{ [s}^{-1}] \end{aligned}$$

Com esta frequência, podemos calcular o período:

$$T = \frac{2\pi}{w(=N)} = \frac{2\pi}{0.0129 \text{ [s}^{-1}]} = 486.5 \text{ [s]}$$

Exercício 4.3.

O estado de uma coluna na atmosfera é dado pela sondagem seguinte. Marque os pontos no tefigrama.

Pressão [hPa]	T [°C]	T_d [°C]
1000	30	21.5
970	25	21
900	19	18
850	16.5	16.5
800	20	5
700	11	-4

- Classifique as diferentes camadas quanto à estabilidade estática.
- Classifique as diferentes camadas quanto à estabilidade potencial.
- Estime a frequência de Brunt-Väisälä da camada 900 – 850 [hPa].

Solução:

Começamos por marcar a atmosfera fornecida num tefigrama:

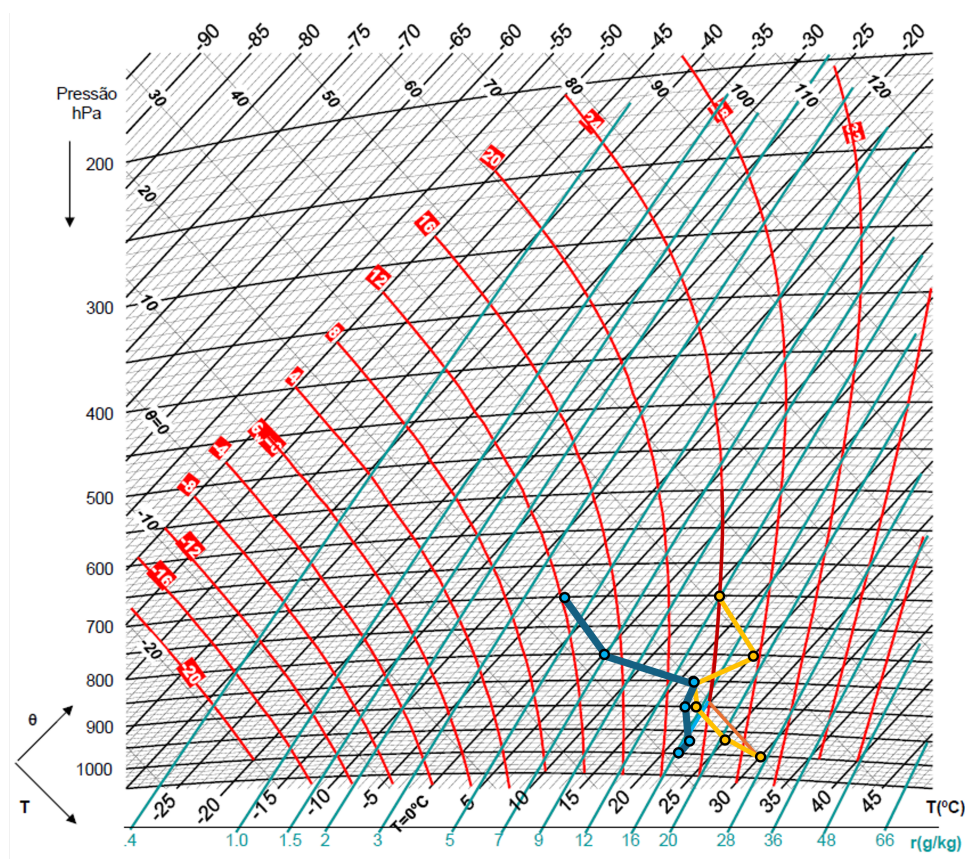


Figure 1: Tefigrama ex3 - Os pontos a amarelo indicam as observações. Os pontos azuis indicam as temperaturas do ponto de orvalho. Note as linhas de adiábata seca (laranja), adiábata húmida (vermelho escuro), e linha de razão de mistura constante (azul claro).

a) Para avaliar a estabilidade estática, verificamos o declive das condições observadas (curva laranja) e comparamos com as adiábatas secas e húmidas.

- 1000 - 970: Absolutamente instável.
- 970 - 900: Condicionalmente instável.
- 900 - 850: Condicionalmente instável.

4. 850 - 800: Absolutamente estável.
5. 800 - 700: Condicionalmente instável.

b) Para avaliar a estabilidade potencial é necessário avaliar θ_w em cada nível (verificar as linhas vermelhas). Se $\partial\theta_w/\partial z < 0$ então temos uma camada potencialmente instável.

- Potencialmente instável.
- Potencialmente instável.
- Potencialmente instável.
- Potencialmente estável.
- Potencialmente instável.

c) Começamos por calcular a espessura da camada:

$$\Delta z = \frac{R_d \bar{T}}{g} \ln \left(\frac{P_0}{P} \right) = \frac{287.05 [J \, kg^{-1} \, K^{-1}] \times 290.9 [K]}{9.81 [m \, s^{-2}]} \ln \left(\frac{900 [hPa]}{850 [hPa]} \right) = 486 [m]$$

Podemos agora usar a expressão do exercício anterior para calcular a frequência de Brunt-Väisälä:

$$\begin{aligned} N &= \sqrt{\frac{g}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{c_p} \right)} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow N &= \sqrt{\frac{9.81 [m \, s^{-2}]}{290.9 [K]} \left(\frac{-2.5 [K]}{486 [m]} + 9.76 \times 10^{-3} [K \, m^{-1}] \right)} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow N &= 0.0125 [s^{-1}] \end{aligned}$$

Exercício 4.4.

Considere a seguinte sondagem atmosférica e marque-a no tefigrama:

Pressão [hPa]	T [°C]	r [g kg ⁻¹]
1000	28	16
800	17.5	9
700	10	9
500	-7	0.4
400	-25	0.4
300	-35	-
200	-40	-

- a) Classifique as várias camadas quanto à estabilidade estática e estabilidade potencial.
- b) Determine o nível de condensação por ascensão, o nível de convecção livre e o nível de flutuação nula.
- c) Classifique o perfil quanto à instabilidade latente, para uma ascensão a partir da superfície.

Solução:

Começamos por marcar a atmosfera fornecida num tefigrama (ver abaixo).

a) Para avaliar a estabilidade estática, verificamos o declive das condições observadas (curva laranja) e comparar com as adiabáticas secas e húmidas:

1. 1000 - 800: Condicionalmente instável.
2. 800 - 700: Condicionalmente instável.
3. 700 - 500: Condicionalmente instável.
4. 500 - 400: Absolutamente instável.

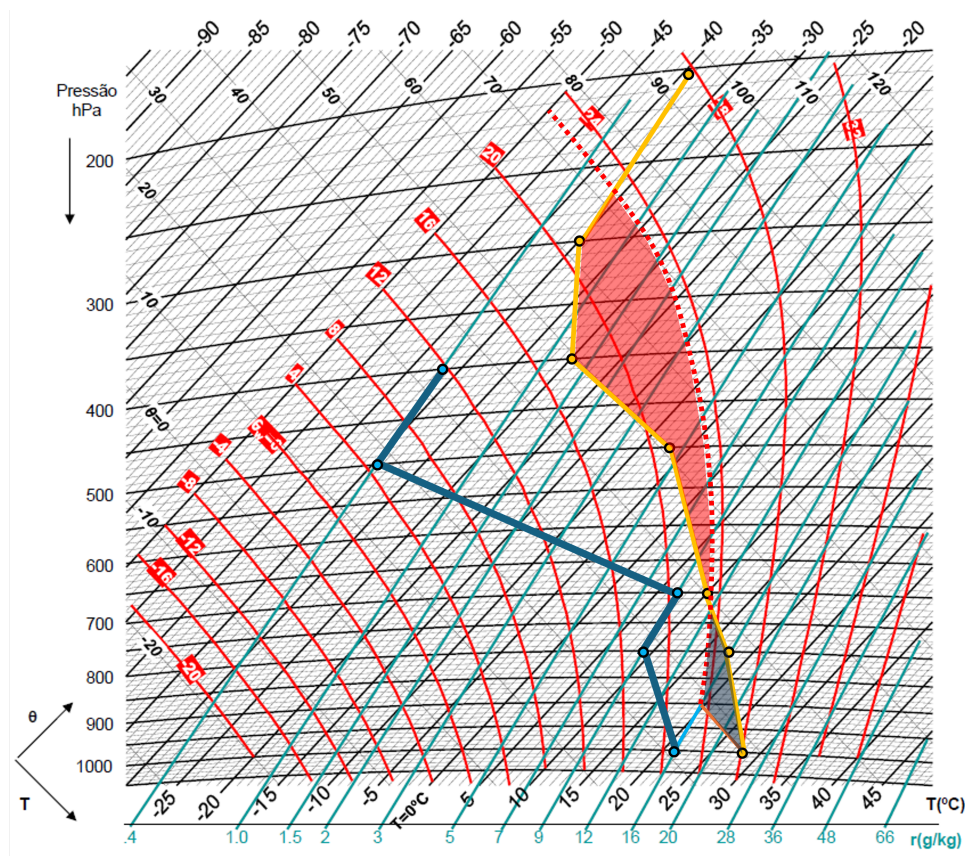


Figure 2: Tefigrama ex4 - Os pontos a amarelo indicam as observações. Os pontos azuis indicam as temperaturas do ponto de orvalho (e razão de mistura). Note as linhas de adiábata seca (laranja), adiábata húmida (vermelho), e linha de razão de mistura constante (azul claro). As áreas a vermelho e azul indicam o CAPE e o CIN, respetivamente.

5. 400 - 300: Absolutamente estável.

6. 300 - 200: Absolutamente estável.

Para a avaliar a estabilidade potencial é necessário avaliar θ_w em cada nível (verificar as linhas vermelhas). Se $\partial\theta_w/\partial z < 0$ então temos uma camada potencialmente instável.

- 1000 - 800: Potencialmente instável.
- 800 - 700: Potencialmente estável.
- 700 - 500: Potencialmente instável.
- 500 - 400: Potencialmente instável.
- 400 - 300: NaN.
- 300 - 200: NaN.

b) Pela consulta do tefigrama, temos o nível de condensação por ascensão aos 900 [hPa], o nível de convecção livre aos 720 [hPa], e o nível de flutuação nula aos 270 [hPa].

c) As duas condições para a existência de instabilidade latente são verificadas:

- Existe nível de convecção livre, ou seja, temos $CAPE > 0$.
- Em módulo, o valor do $CAPE$ é claramente superior ao CIN .

Pelo que se pode avaliar este perfil como tendo instabilidade latente.

Exercício 4.5.

Represente a seguinte sondagem no tefograma:

Pressão [hPa]	T [$^{\circ}C$]	T_d [$^{\circ}C$]
1000	20	12
900	15	7
650	-5	-10
450	-25	-35
300	-35	-55

- Classifique o perfil quanto à instabilidade latente, para uma ascensão a partir da superfície.
- Localize no tefograma o nível de condensação, o nível de convecção livre e o nível de flutuação nula (se existir).
- Admita que uma partícula de ar ascendente atinge os 650 [hPa] com uma velocidade vertical de $0.5 [m s^{-1}]$. Estime a sua velocidade aos 450 [hPa].

Solução:

Começamos por marcar a atmosfera fornecida num tefograma (ver abaixo).

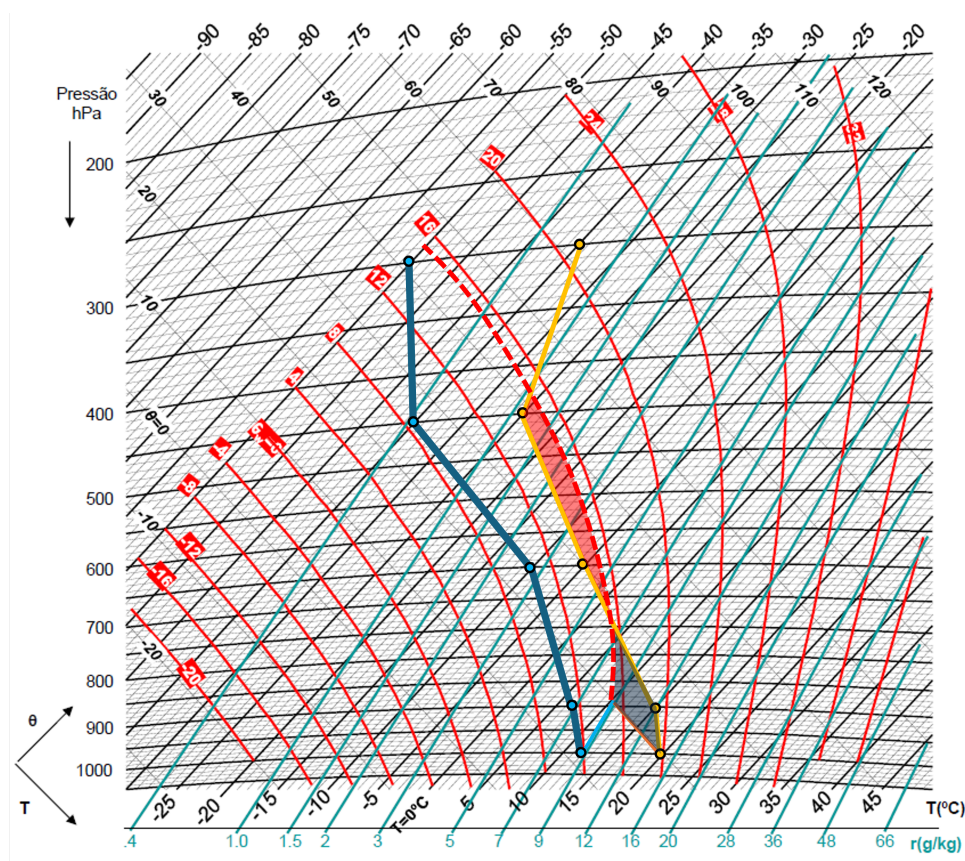


Figure 3: Tefograma ex5 - Os pontos a amarelo indicam as observações. Os pontos azuis indicam as temperaturas do ponto de orvalho (e razão de mistura). Note as linhas de adiábata seca (laranja), adiábata húmida (vermelho), e linha de razão de mistura constante (azul claro). As áreas a vermelho e azul indicam o CAPE e o CIN, respetivamente.

- Para avaliar a estabilidade latente, comparamos o $CAPE$ e o CIN . Neste caso, pela observação do tefograma verificamos um $CAPE > 0$, no entanto a condição de $|CAPE| \gg |CIN|$ não se verifica, pelo que não estamos perante condições de instabilidade latente.
- Para este perfil, temos $P_{NC} = 890 [hPa]$, $P_{CL} = 750 [hPa]$ e $P_{FN} = 430 [hPa]$.

c) Aplicando o teorema da energia cinética entre dois níveis verticais, temos:

$$\Delta \left(\frac{w^2}{2} \right) = \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = \int_{z_1}^{z_2} \frac{T_{part} - T_{meio}}{T_{meio}} g \, dz$$

$$\frac{w_{450}^2}{2} - \frac{w_{650}^2}{2} = \frac{\Delta T_{450-650}}{\bar{T}_{450-650}} g \, \Delta z$$

Onde Δz pode ser obtido através da expressão:

$$\Delta z = \frac{R_d \bar{T}}{g} \ln \frac{p_0}{p_1}$$

Consideramos $\Delta T_{450-650}$ como a média das diferenças entre a temperatura da partícula, e do meio (ver diferenças entre retas amarelas e a curva vermelha). Obtemos então:

$$\frac{w_{450}^2}{2} - \frac{w_{650}^2}{2} = R_d \Delta T_{450-650} \ln \frac{p_0}{p_1}$$

$$w_{450} = \sqrt{w_{650}^2 + 2 R_d \Delta T_{450-650} \ln \frac{p_0}{p_1}}$$

$$w_{450} = \sqrt{0.5^2 [m^2 s^{-2}] + 2 \times 287.05 [J kg^{-1} K^{-1}] \times 1.5 [K] \times \ln \frac{650}{450}}$$

$$w_{450} = 17.8 [m s^{-1}]$$

Exercício 4.6.

O Gervásio levou a Hortelinda à pesca. Se fosse feita uma sondagem no local da pescaria, a atmosfera teria o seguinte perfil:

Pressão [hPa]	T [°C]	T_d [°C]
1000	30	22
900	25	15
800	16	5
700	5	0
600	-2	-7
500	-10	-21
400	-20	-35
300	-27	-50

a) Calcule CAPE e CIN.

b) Sabendo que o Gervásio usa uma cana de pesca de carbono, conclua se há risco de o Gervásio morrer atingido por um relâmpago.

Solução:

a) Começamos por marcar a atmosfera fornecida num tefigrama (ver abaixo). Para calcular o CIN e o CAPE, vamos usar a expressão reduzida da energia potencial média para a camada:

$$E = \frac{\bar{\Delta T}}{\bar{T}_{meio}} g \, \Delta z$$

Para esta expressão, calculamos as diferenças médias de temperatura para cada uma das componentes, bem como a temperatura média da camada e a espessura da camada.

Assim, para o CIN, temos:

1. Para as diferenças médias (pela consulta do tefigrama):

$$\bar{\Delta T} = \frac{0 - 5 + 0}{3} [K] = -1.67 [K]$$

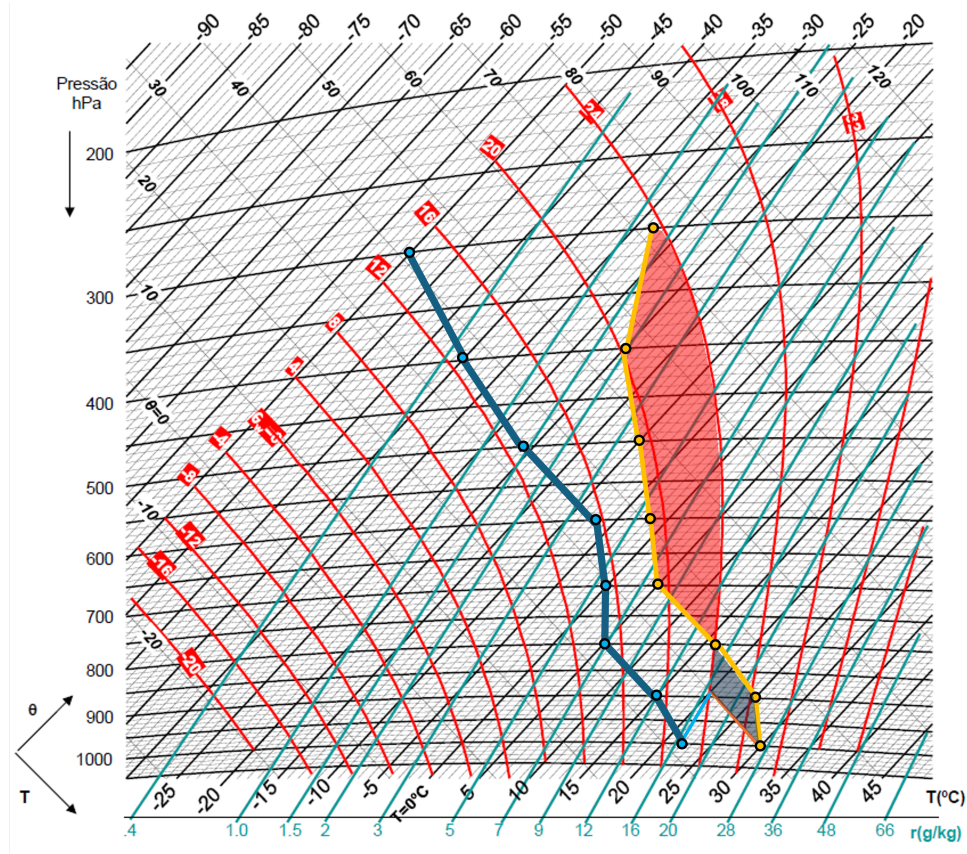


Figure 4: Tefigrama ex6 - Os pontos a amarelo indicam as observações. Os pontos azuis indicam as temperaturas do ponto de orvalho (e razão de mistura). Note as linhas de adiábata seca (laranja), adiábata húmida (vermelho), e linha de razão de mistura constante (azul claro). As áreas a vermelho e azul indicam o CAPE e o CIN, respetivamente.

2. Para a temperatura média do meio:

$$\overline{T_{meio}} = \frac{303.15 + 298.15 + 289.15}{3} [K] = 296.82 [K]$$

3. Para a espessura da camada:

$$\Delta z = \frac{R_d \overline{T}}{g} \ln \frac{p_0}{p_1} = \frac{287.05 [J kg^{-1} K^{-1}] \times 296.82 [K]}{9.81 [m s^{-1}]} \times \ln \frac{1000}{800} = 1938 [m]$$

4. Finalmente, podemos calcular o CIN:

$$\begin{aligned} CIN &= \frac{\overline{\Delta T}}{\overline{T_{meio}}} g \Delta z \\ CIN &= \frac{-1.67 [K]}{296.82 [K]} \times 9.81 [m s^{-1}] \times 1938 [m] \\ CIN &= -106.97 [m^2 s^{-2}] \end{aligned}$$

Para o CAPE, temos:

1. Para as diferenças médias (pela consulta do tefigrama):

$$\overline{\Delta T} = \frac{0 + 6 + 7 + 8 + 8 + 0}{6} [K] = 4.83 [K]$$

2. Para a temperatura média do meio:

$$\overline{T_{meio}} = \frac{289.15 + 278.15 + 271.15 + 263.15 + 253.15 + 246.15}{6} [K] = 266.82 [K]$$

3. Para a espessura da camada:

$$\Delta z = \frac{R_d \bar{T}}{g} \ln \frac{p_0}{p_1} = \frac{287.05 [J \, kg^{-1} \, K^{-1}] \times 266.82 [K]}{9.81 [m \, s^{-1}]} \times \ln \frac{800}{300} = 7658 [m]$$

4. Finalmente, podemos calcular o CAPE:

$$\begin{aligned} CIN &= \frac{\bar{\Delta T}}{T_{meio}} g \Delta z \\ CIN &= \frac{4.83 [K]}{266.82 [K]} \times 9.81 [m \, s^{-1}] \times 7658 [m] \\ CIN &= 1360 [m^2 \, s^{-2}] \end{aligned}$$

b) Uma vez que temos $|CAPE| \gg |CIN|$ existe uma possibilidade do Gervásio ser atingido por um relâmpago.