

Meteorologia – Resolução das séries de exercícios

1º Semestre - 2025/26

6. Escoamento Estacionário

Exercício 6.1.

Calcule o vento geostrófico (velocidade e direção) aos 30°N, num local onde a pressão aumenta a uma taxa de 1 [mPa m⁻¹] na direção NE, considerando uma temperatura e pressão de 0°C e 85 [kPa], respetivamente. Se esta situação se verifica-se aos 70°S, qual seria a velocidade e direção do vento geostrófico?

Solução:

O vento geostrófico é dado por

$$v_g = \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial n}$$

onde $f = 2\Omega \sin \varphi$, ρ é a densidade do ar e $\frac{\partial p}{\partial n}$ o gradiente horizontal de pressão.

Começamos por calcular o parâmetro de Coriolis f a 30°N:

$$\begin{aligned} f &= 2\Omega \sin 30^\circ \\ &= 2(7.292 \times 10^{-5} \text{ [s}^{-1}\text{]}) \times \frac{1}{2} \\ &= 7.292 \times 10^{-5} \text{ [s}^{-1}\text{]} \end{aligned}$$

A seguir, calculamos a densidade do ar para as condições dadas:

$$p = 85 \text{ [kPa]} = 85000 \text{ [Pa]}, \quad T = 273 \text{ [K]}, \quad \rho = \frac{p}{RT}$$

$$\rho = \frac{85000 \text{ [Pa]}}{287.05 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}] \times 273 \text{ [K]}} \approx 1.08 \text{ [kg m}^{-3}\text{]}$$

Por fim calculamos o gradiente horizontal de pressão:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 1 \text{ [mPa m}^{-1}\text{]} = 1 \times 10^{-3} \text{ [Pa m}^{-1}\text{]}$$

dirigido para **NE**.

Para calcular o vento geostrófico temos, então:

$$\begin{aligned} v_g &= \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial n} \\ &= \frac{1}{1.08 \text{ [kg m}^{-3}\text{]} \times 7.292 \times 10^{-5} \text{ [s}^{-1}\text{]}} 10^{-3} \text{ [Pa m}^{-1}\text{]} \\ &= 12.70 \text{ [m s}^{-1}\text{]} \end{aligned}$$

Em relação à direção, a direção do vento deixará as pressões baixas à esquerda do movimento (gradiente de pressão contrariará o efeito de Coriolis, que é para a direita do movimento no Hemisfério Norte). Assim, como temos as pressões a diminuir na direção SO, pelo que o vento terá de ter direção NO.

Repetindo para 70°S

O parâmetro de Coriolis:

$$\begin{aligned} f &= 2\Omega \sin(-70^\circ) \\ &= -2(7.292 \times 10^{-5} \text{ [s}^{-1}\text{]})(0.9397) \\ &= -1.37 \times 10^{-4} \text{ [s}^{-1}\text{]} \end{aligned}$$

O resto mantém-se (com sinal contrário porque o referencial muda):

$$\begin{aligned} v_g &= \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial n} \\ &= \frac{1}{1.08 \text{ [kg m}^{-3}] \times -1.37 \times 10^{-4} \text{ [s}^{-1}]} 10^{-3} \text{ [Pa m}^{-1}] \\ &= -6.76 \text{ [m s}^{-1}] \end{aligned}$$

Neste caso, o efeito de Coriolis tomará a direção contrária, para a esquerda do movimento, pelo que as pressões baixas ficarão à direita. Assim, como temos a pressão a diminuir para SO, o vento geostrófico soprará para SE.

Exercício 6.2.

Considere um ponto aos 40°N onde se observa um vento de 15 [m s⁻¹] e cuja pressão e temperatura são, respetivamente, 15°C e 99 [kPa]. Faça uma estimativa do gradiente horizontal de pressão.

Solução:

Re-arranjando a expressão para o vento estacionário, em função do gradiente horizontal de pressão, temos:

$$\begin{aligned} v_g &= \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial n} \Leftrightarrow \\ \frac{\partial p}{\partial n} &= \rho f v_g \end{aligned}$$

Começamos por calcular o parâmetro de Coriolis f a 40°N:

$$\begin{aligned} f &= 2\Omega \sin 40^\circ \\ &= 2(7.292 \times 10^{-5} \text{ [s}^{-1}]) \times \sin 40^\circ \\ &= 9.492 \times 10^{-5} \text{ [s}^{-1}] \end{aligned}$$

A seguir, calculamos a densidade do ar para as condições dadas:

$$p = 99 \text{ [kPa]} = 99000 \text{ [Pa]}, \quad T = 288.15 \text{ [K]}, \quad \rho = \frac{p}{RT}$$

$$\rho = \frac{99000 \text{ [Pa]}}{287.05 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}] \times 288.15 \text{ [K]}} \approx 1.20 \text{ [kg m}^{-3}]$$

Resolvendo então em ordem ao gradiente horizontal de pressão:

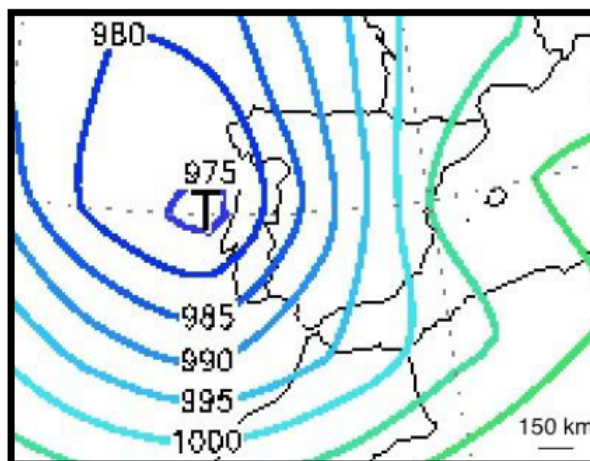
$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial n} &= \rho f v_g \\ &= 1.20 \text{ [kg m}^{-3}] \times 9.492 \times 10^{-5} \text{ [s}^{-1}] \times 15 \text{ [m s}^{-1}] \\ &= 1.68 \times 10^{-3} \text{ [Pa m}^{-1}] \\ &= 1.68 \text{ [hPa]} / 100 \text{ [km]} \end{aligned}$$

Exercício 6.3.

O Gervásio e a Hortelinda decidiram casar em local incógnito, de modo a que os alunos de meteorologia não os encontrassem. Porém, sabemos que nesse local o vento geostrófico é de 30 [m s⁻¹], o gradiente horizontal de pressão de 3 [hPa]/ 100 [km] e que se registava no local do casamento uma temperatura e uma pressão de 20°C e 0.98 × 10⁵ [hPa], respetivamente. Sabendo que esse local se encontra a uma longitude de 115°W, descubra onde foi o casamento.

Exercício 6.4.

A 15 de Fevereiro de 1941, ocorreu a maior tempestade do Século XX em Portugal continental. A carta de pressão à superfície referente a esse dia está representada na figura (obtida através de uma reanálise). Nessa altura o avô do Gervásio, o Sr. Bonifácio, morava na região de Lisboa, numa casa com uma árvore de grande porte atrás da mesma. Sabendo que a árvore corre o risco de cair com ventos superiores a $100 [km\ h^{-1}]$, será que o avô do Gervásio correu o risco de ficar desalojado? Considere que a temperatura do ar à superfície era de $15^{\circ}C$. Estime o vento geostrófico, do gradiente e compare os resultados.



Solução:

Através da figura fornecida, conseguimos aproximar o gradiente de pressão do sistema ciclónico (rotação no sentido dos ponteiros do relógio). Pela figura, vemos que o centro tem uma pressão de aproximadamente $975 [hPa]$. Já sobre Lisboa, temos uma pressão de aproximadamente $980 [hPa]$, com uma distância de aproximadamente $150 [km]$ entre os dois pontos (ver escala). Assim, o gradiente de pressão vem dado por:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{5 [hPa]}{150 [km]} = \frac{500 [Pa]}{150000 [m]}$$

Tal como anteriormente, o vento geostrófico vem dado por

$$v_g = \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial n}$$

onde $f = 2\Omega \sin \varphi$, ρ é a densidade do ar e $\frac{\partial p}{\partial n}$ o gradiente horizontal de pressão.

Começamos por calcular o parâmetro de Coriolis f a aproximadamente $39^{\circ}N$:

$$f = 2\Omega \sin 39^{\circ} = 9.178 * 10^{-5} [s^{-1}]$$

De seguida, calculamos a densidade do ar sobre Lisboa:

$$p = 98000 [Pa], \quad T = 288.15 [K], \quad \rho = \frac{p}{RT}$$

$$\rho = \frac{98000 [Pa]}{287.05 [J\ kg^{-1}\ K^{-1}] \times 288.15 [K]} \approx 1.185 [kg\ m^{-3}]$$

Para calcular o vento geostrófico temos, então:

$$\begin{aligned} v_g &= \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial n} \\ &= \frac{1}{1.185 [kg\ m^{-3}] \times 9.178 * 10^{-5} [s^{-1}]} \frac{500 [Pa]}{150000 [m]} \\ &= 30.65 [m\ s^{-1}] = 110.34 [km\ h^{-1}] \end{aligned}$$

Para o vento do gradiente, tendo em conta que estamos com uma circulação fechada, temos de considerar o efeito da aceleração centrípeta adicionalmente ao efeito de Coriolis e o do gradiente de pressão. Usando um sistema de coordenadas naturais, podemos escrever a equação do balanço na forma:

$$-\frac{v^2}{R} - fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = 0$$

A equação acima é uma equação de segundo grau sobre a forma $av^2 + bv + c = 0$, sendo que $a = -\frac{1}{R}$, $b = -f$ e $c = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}$. Podemos então obter as soluções de v através da fórmula resolvente das equações de segundo grau:

$$v = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = -\frac{fR}{2} \pm \frac{R}{2} \sqrt{f^2 - \frac{4}{\rho R} \frac{\partial p}{\partial n}}$$

Sendo R o raio de rotação desde o centro do sistema ao ponto que estamos a estudar ($= 150 [km]$). De notar ainda a importância da definição dos sinais das componentes desta expressão, especialmente no caso de R e do gradiente de pressão. Uma vez a rotação se dar no sentido dos ponteiros do relógio $R > 0$ (regra da mão direita). Já o gradiente de pressão será negativo, pela pressão baixar no sentido de $\vec{n}$ (verificar esquemas no manual). Assim, podemos calcular as duas raízes do vento do gradiente:

$$v_1 = -\frac{fR}{2} + \frac{R}{2} \sqrt{f^2 - \frac{4}{\rho R} \frac{\partial p}{\partial n}}$$

$$v_1 = 14.78 [m s^{-1}] = 53.21 [km h^{-1}]$$

e

$$v_2 = -\frac{fR}{2} - \frac{R}{2} \sqrt{f^2 - \frac{4}{\rho R} \frac{\partial p}{\partial n}}$$

$$v_2 = -28.55 [m s^{-1}] = -102.77 [km h^{-1}]$$

No caso do vento do gradiente, a solução física correta é a dos $53.21 [km h^{-1}]$, não só por ser positiva (devido à nossa definição por coordenadas naturais) mas por ser a que tem o valor em magnitude mais baixo e portanto a que se estabelece com maior facilidade (isto no caso das soluções serem ambas positivas).

Resumindo, a solução do vento geostrófico dá-nos um vento de $110.34 [km h^{-1}]$ que faria com que a árvore caísse. Já no caso do vento do gradiente a solução dá-nos um vento de magnitude menor.

Exercício 6.5.

Considere uma depressão circular, ao nível médio do mar, à latitude de $45^\circ N$. No ponto P, a uma distância de $500 [km]$ do centro da depressão, o gradiente de pressão vale $2 [hPa]/100 [km]$. Calcule:

- O vento geostrófico no ponto P;
- O vento do gradiente no ponto P.

Exercício 6.6.

Se a velocidade do vento num tornado entre o centro e o raio r é dado por:

$$v = ar$$

Mostre que a distribuição da pressão é dada por:

$$p = p_0 \exp \left\{ -\frac{a^2(r_0^2 - r^2)}{2R_d T} \right\}$$

Onde a é constante, p_0 é a pressão à distância do centro r_0 , e T é a temperatura (assumida constante). Calcule a pressão central se a uma distância de $200 [m]$ do centro a pressão for de $100 [kPa]$, a velocidade do vento de $40 [m s^{-1}]$ e a uma temperatura de $20^\circ C$.

Exercício 6.7.

O tornado de Tomar de 7 de Dezembro de 2010 foi o primeiro tornado classificado como F3 em Portugal continental, com vento máximo estimado em $260 [km\ h^{-1}]$ (rajadas de 3 [s]) e com um raio (distância do centro ao ponto de vento máximo) estimado em 150 [m].

- a) Admitindo que o vento sustentado (vento médio durante a fase de maior intensidade) vale $2/3$ do vento máximo, e que a densidade do ar é de $1.2\ kg\ m^{-3}$, estime o gradiente de pressão;
- b) Admitindo uma pressão ambiente de $1005 [hPa]$, estime a pressão mínima;
- c) Mostre que a aceleração de Coriolis é desprezável.

Exercício 6.8.

Aos $40^{\circ}N$ observa-se um gradiente de pressão de $1.1 [hPa]/ 100 [km]$, a $400 [km]$ do centro de uma depressão circular, verificando-se que o vento faz um ângulo de 30° com as isóbaras.

- a) Calcule a velocidade do vento admitindo uma situação estacionária e uma densidade de $1.2\ kg\ m^{-3}$.
- b) Repita o exercício para o caso de um anticiclone.
- c) Calcule a aceleração provocada pelo atrito.