

## 1. Termodinâmica do ar

### Exercício 1-1

Calcule as constantes dos gases ideais para o ar seco ( $R_d$ ), para o vapor de Água ( $R_v$ ) e para o ar húmido com 2% de vapor de Água (em volume). Considere  $R = 8.3145 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ , e que o ar seco é constituído pelos componentes indicados em 2.a).

Massas molares:  $M(N_2) = 28 \text{ g mol}^{-1}$ ,  $M(O_2) = 32 \text{ g mol}^{-1}$ ,  $M(Ar) = 40 \text{ g mol}^{-1}$ ,  $M(H_2O) = 18 \text{ g mol}^{-1}$   
(Sol:  $R_d = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ;  $R_v = 462 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ;  $R_m = 289 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )

### Exercício 1-2

O interior de um recipiente fechado encontra-se pressão de uma atmosfera e temperatura de  $15^\circ\text{C}$ . Calcule a densidade, no caso de esse gás ser constituído por (% volúmicas):

- Azoto (78.08%), Oxigénio (20.95%), Árgon (0.93%) e  $\text{CO}_2$  (0.04%);
- Ar seco (98%) e Vapor de Água (2%);

(Sol: a)  $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ ; b)  $\rho = 1.216 \text{ kg/m}^3$ )

### Exercício 1-3

A atmosfera de Neptuno é constituída por Hidrogénio (85%), Hélio (13%) e Metano (2%). As massas molares são 2, 4 e  $16 \text{ g/mol}$ , respetivamente. Determine a constante dos gases ideais (mássica) para essa atmosfera. Tendo em consideração que a massa de Neptuno vale  $1.02 \times 10^{26} \text{ kg}$  e que o seu raio é de  $24.7 \times 10^6 \text{ m}$ , calcule a sua velocidade de escape. É superior ou inferior à da Terra?

( $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ )

(Sol:  $R_{nep} = 3325.6 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ;  $v_{esc} = 23.5 \text{ km/s}$ )

### Exercício 1-4

Se à temperatura de  $0^\circ\text{C}$  a densidade do ar seco for de  $1.275 \text{ kg/m}^3$  e a do vapor de água de  $4.770 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$ , qual a pressão exercida por uma mistura de ambos, à mesma temperatura?

(Sol:  $p_{tot} = 1005.5 \text{ hPa}$ )

### Exercício 1-5

Considere ar húmido com 1% de vapor de Água e uma temperatura real de  $288 \text{ K}$ . Qual a correção na temperatura virtual ( $\equiv T_v - T$ )?

(Sol:  $T_v = T + 1.05$ )

### Exercício 1-6

Partindo da equação da hidrostática ( $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$ ),

a) Mostre que, para uma atmosfera isotérmica se tem  $p = p_0 e^{-\frac{g(z-z_0)}{R_d T}}$ ;

b) Mostre que para uma atmosfera com um gradiente térmico vertical de  $\Gamma = -\partial T / \partial z = 6.5 \text{ K km}^{-1}$ , se tem  $p = p_0 \left( \frac{T_0 - \Gamma z}{T_0 - \Gamma z_0} \right)^{\frac{g}{R_d \Gamma}}$ ;

c) Calcule a pressão no topo do monte Evereste (8848m), assumindo uma pressão de 1013hPa e temperatura de 15°C ao nível do mar: (i) Usando a expressão da alínea a); (ii) Usando a expressão da alínea b); (iii) Usando a expressão da alínea a), mas admitindo uma temperatura média na camada supondo que a temperatura no topo é de -40°C. Compare os resultados.

(Sol: c1) 355hPa; c2) 314hPa; c3) 316hPa)

#### Exercício 1-7

Calcule a densidade do ar no topo da Serra da Estrela (2000m de altitude), considerando uma temperatura de 0°C. Considere ar húmido com 2% de vapor de água (em massa, humidade específica), e que a pressão atmosférica ao nível do mar vale 1013 hPa.

(Sol:  $\rho \sim 1\text{kg}/\text{m}^3$ )

#### Exercício 1-8

Um furacão com uma pressão no centro de 940hPa está embebido numa região com uma pressão (à superfície) de 1010hPa. A tempestade está localizada sobre o oceano. Aos 200hPa o furacão já não tem expressão (i.e. a superfície isobárica torna-se plana, sem cavamento). Estime a diferença de temperatura entre o centro do furacão e as zonas envolventes na camada entre a superfície e os 200hPa. Assuma que a temperatura média na região exterior ao furacão é de -3°C e ignore a correção da temperatura virtual (i.e.  $T_v = T$ ).

(Sol:  $\Delta T = 12\text{K}$ )

#### Exercício 1-9

O sonho do Gervásio é viajar num balão de passageiros. Para tal, conseguiu alugar um balão com lugar para 1 passageiro, com um volume de 600 m<sup>3</sup> e cujo invólucro tem uma massa de 40kg. O cesto tem 30kg e transporta 30kg em bilhas de gás que vão servir para aquecer o ar no interior do balão. No dia da viagem a pressão atmosférica era de 1013hPa e a temperatura de 15°C à superfície. Considere que a atmosfera é isotérmica e que se despreza a resistência do ar.

a) Considerando que o Gervásio pesa 70kg e o ar no invólucro foi aquecido até 120°C, a que altitude estava o balão ao fim de 10s? Admita que a temperatura e a pressão do ar são constantes durante esse período.

b) Se porventura o Gervásio se encontrar a 800hPa com uma temperatura de 0°C e o gás restante não permitisse aquecer o ar mais que 75°C, estaria o Gervásio condenado a cair?

c) A que temperatura teria que estar o ar no invólucro caso o Gervásio quisesse manter o balão na mesma altitude? Considere as mesmas condições da alínea anterior.

(Sol: a)  $z = 18.5\text{m}$ ; b) *sim*; c)  $T = 105^\circ\text{C}$ )

## 2. Processos isobáricos do ar húmido

### Exercício 2-1

Utilize o diagrama de fases para calcular os seguintes parâmetros: tensão de vapor, tensão de saturação, humidade relativa (RH), temperatura do ponto de orvalho e temperatura do ponto de geada, assumindo uma pressão de 1000hPa, e as seguintes condições iniciais:

a)  $T = 10^{\circ}\text{C}, r = 5\text{g/kg}$

b)  $T = 20^{\circ}\text{C}, r = 5\text{g/kg}$

c)  $T = 12^{\circ}\text{C}, r = 3\text{g/kg}$

d)  $T = 15^{\circ}\text{C}, r = 10\text{g/kg}$

(SOL: a)  $RH = 66\%, e = 804\text{hPa}, T_d = 4^{\circ}\text{C}$ ; b)  $RH = 35\%, e = 804\text{hPa}, T_d = 4^{\circ}\text{C}$ ; c)  $RH = 34\%, e = 482\text{hPa}, T_d = -3.5^{\circ}\text{C}$ ; d)  $RH = 95\%, e = 1608\text{hPa}, T_d = 14^{\circ}\text{C}$ )

### Exercício 2-2

O Gervásio está com frio em casa. A temperatura do ar, no seu quarto, é de  $13^{\circ}\text{C}$  e a humidade relativa de 40%. O Gervásio ligou o aquecedor, mas esqueceu-se de o desligar antes de ir dormir. A temperatura durante a noite, no quarto, subiu até aos  $28^{\circ}\text{C}$ . Sabendo que com uma humidade relativa abaixo dos 15% o ser humano pode apresentar dificuldades respiratórias, há alguma probabilidade do Gervásio morrer durante o sono? Durante o processo de aquecimento, qual a energia que o aquecedor cedeu ao ar, por kg do mesmo?

(Sol:  $RH = 15.9\%$ ;  $\frac{Q}{m} = 15.1\text{kJ kg}^{-1}$ )

### Exercício 2-3

Um sistema de condicionamento de ar importa ar exterior à pressão de 1010 hPa, temperatura de  $10^{\circ}\text{C}$  e humidade relativa de 60%, e injecta a mesma quantidade de ar numa sala à temperatura de  $22^{\circ}\text{C}$ , com a mesma pressão e humidade relativa. O sistema dispõe de um depósito de água. Utilize a tabela *smithsonianana*.

a) Calcule o consumo de água pelo sistema, por kg de ar injetado.

b) Calcule o calor que tem que ser fornecido no processo de aquecimento/humidificação, por kg de ar.

(Sol: a)  $r = 5.2\text{g/kg}$  b)  $Q/m = 25.1\text{kJ/kg}$ )

### Exercício 2-4

A Hortelinda tem uma estação meteorológica. Às 20h observou-se uma temperatura de  $8^{\circ}\text{C}$  e uma humidade relativa de 85%. Às 7h do dia seguinte a Hortelinda acordou com nevoeiro com concentração de  $1\text{g kg}^{-1}$  de água líquida. A pressão atmosférica manteve-se constante nos 1000hPa.

a) Represente o processo seguido pela massa de ar no diagrama de fases da água;

b) Calcule a perda total de calor de cada kg de ar nesse processo, e a taxa de arrefecimento em g/kg.

(Sol: b)  $\frac{Q}{m} \approx -8\text{kJ kg}^{-1}$ ,  $\frac{\dot{Q}}{m} \approx -0.2\text{W kg}^{-1}$ )

### Exercício 2-5

Uma massa de ar à pressão de 1010hPa e com uma humidade relativa de 85% e uma temperatura de 11°C, sofre um processo de arrefecimento isobárico, que a leva aos 2°C, devido a uma perda radiativa à taxa de 1W/kg.

- Calcule o tempo decorrido até à formação de nevoeiro;
- Calcule o estado final da massa de ar e a razão de mistura da água líquida;
- Calcule o tempo total decorrido.

(Sol: a) 42min b) estado final  $r = 4.3g/kg$ , concentração de nevoeiro = 2.5g/kg c) 4h14min )

### Exercício 2-6

Na estação meteorológica da Hortelinda observou-se uma pressão de 1000hPa, uma temperatura de 15°C e uma humidade relativa de 60%. Sabendo que a estação mede a humidade relativa através de um psicrómetro, estime a temperatura do termómetro molhado e a do ponto de orvalho.

(Sol:  $T_w = 10.7^\circ\text{C}$ )

### Exercício 2-7

O Gervásio convidou a Hortelinda a um passeio no litoral, numa zona de falésias abruptas. O ar sobre o oceano encontra-se saturado à temperatura de 18°C. Sobre o continente o ar apresenta uma temperatura de 6°C e uma humidade relativa de 95%. A certa altura as massas de ar juntam-se no local do passeio. Assuma uma pressão atmosférica constante de 1010hPa.

- Poderão o Gervásio e a Hortelinda cair da falésia devido à reduzida visibilidade consequente da formação de nevoeiro?
- Calcule as propriedades do ar resultante, supondo que a mistura se faz em partes iguais.

(Sol: a)  $r = 0.2g/kg$  b)  $T_f = 12^\circ\text{C}$ ,  $e = 1450Pa$  )

### Exercício 2-8

Fez-se a seguinte observação:  $P = 1012hPa$ ,  $T = 12^\circ\text{C}$ ,  $T_w = 7^\circ\text{C}$ .

- Localize o estado da atmosfera no diagrama de fases e estime o valor da humidade relativa e da razão de mistura.
- Admita que esse ar sofre um arrefecimento isobárico com formação de um nevoeiro com uma concentração de água líquida de 0.8 g/kg. Localize esse estado no diagrama de fases.
- Represente o processo de arrefecimento no diagrama de fases.
- Calcule a quantidade de calor que tem de ser perdido pelo ar para atingir o estado da alínea b).

(Sol: a)  $r=4.1g/kg$ ; b)  $r_F = 3.3 \frac{g}{kg}$ ,  $e_F = 544Pa$ ,  $T_F = -1.5^\circ\text{C}$ ; d)  $\frac{Q}{m} = -15.6kJ kg^{-1}$ )

### Exercício 2-9

Porque razão a temperatura do ponto de geada é superior à temperatura do ponto de orvalho?

### 3. Processos adiabáticos do ar húmido

#### Exercício 3-1

Considere que uma partícula de ar, não saturada, se encontra à superfície (1000 hPa) a uma temperatura de 30°C.

a) Qual a temperatura potencial da partícula?

b) Imagine ainda que a partícula se desloca adiabaticamente para os 600 hPa, onde a temperatura vale -11°C. Qual a temperatura potencial?

(Sol:  $\theta=30^\circ\text{C}$ )

#### Exercício 3-2

O estado de uma coluna da atmosfera é dado pela sondagem seguinte. Marque no tefigrama e calcule a humidade relativa em cada nível. Utilize também o diagrama de fases para verificar se se obtêm os mesmos resultados.

Pressão (hPa)	T(°C)	T <sub>d</sub> (°C)
1000	25	19
800	16	11
600	1	-3

(Sol: 1000 hPa: RH ≈ 70%; 800 hPa: RH ≈ 71%; 600 hPa: RH ≈ 76%)

#### Exercício 3-3

Fizeram-se as seguintes observações: 1- (p=1000 hPa, T=25°C, RH=50%); 2- (p=800 hPa, T=5°C, RH=80%). Marque-as no tefigrama, isto é, os pontos (T, P) e (T<sub>d</sub>, P).

(Sol: 1) T<sub>d</sub>=14°C; 2) T<sub>d</sub>=2 °C)

#### Exercício 3-4

Admitindo que a temperatura de uma partícula de ar à superfície é de 9°C e que o nível de condensação se encontra aos 850 hPa com uma temperatura de -5°C, determine os valores de pressão, razão de mistura e temperatura do ponto de orvalho à superfície.

(Sol: T<sub>d</sub>=-3°C; P=1020 hPa; r=3.1 g/kg)

#### Exercício 3-5

O Gervásio convidou a Hortelinda a passar um fim-de-semana na Serra da Estrela (2000 m no topo) para fazer *sku* na neve. Nesse fim-de-semana, uma massa de ar marítimo, com uma temperatura de 12°C e uma humidade relativa de 80% desloca-se em direção à Serra da Estrela e é obrigada a subir. Tendo em conta que o Gervásio e a Hortelinda encontraram um bom local aos 1500 m para a prática da atividade, verifique se quando a massa de ar atinge essa altitude, há condições de visibilidade para a prática de *sku* ou se correm o risco de ir contra uma árvore. Considere pressão ao nível do mar de 1000 hPa.

Dica: Em caso de formação de nuvem, estime a altitude da base da mesma.

(Sol: Z=427 m)

### Exercício 3-6

Uma partícula de ar aos 1000 hPa, com uma temperatura de  $20^{\circ}\text{C}$  e razão de mistura de  $8\text{ g/kg}$ , inicia uma ascensão adiabática.

- Estime a temperatura do ponto de orvalho a partir do diagrama de fases e marque o ponto no tefigrama.
- Estime a razão de mistura de saturação da partícula utilizando o diagrama de fases. Marque o ponto  $(T, p)$  no tefigrama e verifique se obteve a mesma razão de mistura de saturação.
- A partícula sobe até aos 400 hPa. Qual a temperatura e a razão de mistura da partícula nesse estado?
- Sabendo que a temperatura final após a partícula voltar aos 1000 hPa é de  $30^{\circ}\text{C}$ , qual a percentagem de água condensada que precipitou? Qual é a humidade relativa final da partícula?

(Sol: a)  $T_d = 10.8^{\circ}\text{C}$ ; b)  $r = 14.5\text{ g/kg}$ ; c)  $T \approx -31.5^{\circ}\text{C}$ ,  $r \approx 0.7\text{ g/kg}$ ; d)  $RH \approx 16\%$ )

### Exercício 3-7

Uma massa de ar marítimo entra de NW no território continental português e chega à encosta da Serra da Estrela, numa zona a cerca de 500 m de altitude e pressão 950 hPa, com  $7^{\circ}$  e uma HR de 80%. Essa massa de ar é obrigada a subir adiabaticamente até ao topo (2000 m, pressão 780 hPa) e desce pela encosta SE da Serra até aos mesmos 500 m.

- Estime a temperatura no topo da Serra da Estrela.
- Supondo que  $2/3$  da água condensada precipitou durante o percurso, estime a temperatura e a humidade relativa da massa de ar quando acaba de descer a encosta SE da Serra. Verifica-se o efeito de Fohn?

(Sol: a)  $T \approx -5^{\circ}\text{C}$ , b)  $T \approx 10^{\circ}\text{C}$ ,  $RH \approx 50\%$ )

### Exercício 3-8

Uma camada da atmosfera entre os 1000 e os 700 hPa encontra-se num estado isotérmico, a  $17^{\circ}$ . A RH dessa camada é constante e igual a 75%.

- Marque o estado dessa camada no tefigrama aos 1000, 850 e 700 hPa e una por segmentos de recta.
- Considere o processo de mistura vertical dessa camada. Estime o estado final. No caso de existir formação de uma nuvem, indique a base da nuvem e a distribuição vertical de água líquida.

(Sol: b)  $Z \approx 2046\text{ m}$ ;  $r_l = 1.9\text{ g/kg}$ )

#### 4. Instabilidade estática

##### Exercício 4-1

O Gervásio e a Hortelinda foram acampar e decidiram acender uma lanterna. A temperatura do meio é de 15°C e a pressão de 1020 hPa, mas suponha uma partícula de ar acima da lanterna que aquece até aos 60°C. Calcule a flutuação por unidade de massa. Considere o ar seco em primeira aproximação.

(Sol:  $F \approx 1.56 \text{ N/kg}$ )

##### Exercício 4-2

Considere uma camada seca da atmosfera caracterizada por uma taxa decrescente de temperatura de 5°C/km, com uma temperatura de 280K.

- Discuta o estado desta camada do ponto de vista da estabilidade estática.
- Se uma partícula de ar for perturbada na vertical, vai sofrer uma oscilação. Calcule o período da mesma.

(Sol: a) Estaticamente estável; b)  $T=483\text{s}$ )

##### Exercício 4-3

O estado de uma coluna na atmosfera é dado pela sondagem seguinte. Marque os pontos no tefigrama.

Pressão (hPa)	T(°C)	T <sub>d</sub> (°C)
1000	30	21.5
970	25	21
900	19	18
850	16.5	16.5
800	20	5
700	11	-4

- Classifique as diferentes camadas quanto à estabilidade estática.
- Classifique as diferentes camadas quanto à estabilidade potencial.
- Estime a frequência de Brunt-Väisälä da camada 900-850 hPa.

(Sol: a) de baixo para cima: Abs. Instável, cond. Instável, abs. Estável, cond. Instável; b) Só a camada 900-850 não é potencialmente instável; c)  $N = 0.0125 \text{ s}^{-1}$ )

##### Exercício 4-4

Considere a seguinte sondagem atmosférica e marque-a no tefigrama.

Pressão (hPa)	T(°C)	r (g/kg)
1000	28	16
800	17.5	9
700	10	9

500	-7	0.4
400	-25	0.4
300	-35	-
200	-40	-

a) Classifique as várias camadas quanto à estabilidade estática e estabilidade potencial.

b) Determine o nível de condensação por ascensão, o nível de convecção livre e o nível de flutuação nula.

c) Classifique o perfil quanto à instabilidade latente, para uma ascensão a partir da superfície.

(Sol: a) Estabilidade estática: Cond.instável até 500 hPa, abs.instável em 500-400 e abs.estável acima dos 400 hPa; Estabilidade Potencial: Todas as camadas potencialmente instáveis, exceto a camada 800-700 hPa.

b)  $P_c=890$  hPa ;  $P_{cl}=700$  hPa ;  $P_{fn}=270$  hPa; c) Há condições de instabilidade latente.)

#### Exercício 4-5

Represente a seguinte sondagem no tefigrama:

Pressão (hPa)	T(°C)	$T_d$ (°C)
1000	20	12
900	15	7
650	-5	-10
450	-25	-35
300	-35	-55

a) Classifique o perfil quanto à instabilidade latente, para uma ascensão a partir da superfície.

b) Localize no tefigrama o nível de condensação, o nível de convecção livre e o nível de flutuação nula (se existir).

c) Admita que uma partícula de ar ascendente atinge os 650 hPa com uma velocidade vertical de 0.5 m/s. Estime a sua velocidade aos 450 hPa.

(Sol: a) Há condições de instabilidade latente; b)  $P_c=890$  hPa ;  $P_{cl}=730$  hPa ;  $P_{fn}=430$  hPa; c)  $w(450)=20.5$  ms<sup>-1</sup> )

#### Exercício 4-6

O Gervásio levou a Hortelinda à pesca. Se fosse feita uma sondagem no local da pescaria, a atmosfera teria o seguinte perfil:



Pressão (hPa)	T(°C)	T <sub>d</sub> (°C)
1000	30	22
900	25	15
800	16	5
700	5	0
600	-2	-7
500	-10	-21
400	-20	-35
300	-27	-50

a) Calcule CAPE e CIN.

b) Sabendo que o Gervásio usa uma cana de pesca de carbono, conclua se há risco de o Gervásio morrer atingido por um relâmpago.

<https://www.youtube.com/watch?v=xiznkjCpEw&feature=related>

(Sol: a)  $CAPE \approx 1689 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ ,  $CIN = 160 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ )

#### Exercício 4-7

O ar que ascende num cumulonimbus atinge os 850 hPa, aos 5°C, saturado, com uma velocidade vertical positiva de 0.5 m/s. Entre os 850 hPa e os 500 hPa a temperatura do meio segue a adiabática saturada dos 8°C.

a) Estime a espessura da camada 850-500.

b) Estime a flutuação aos 850 hPa.

c) Estime a velocidade vertical aos 500 hPa.

(Sol: a)  $\Delta z \approx 4012\text{m}$ ; b)  $b \approx 0.18 \text{ Nm}^{-3}$ , c)  $w_{500} \approx 41 \text{ m/s}$ )

## 5. Introdução à dinâmica

### Exercício 5-1

Um satélite artificial é colocado em órbita.

- Mostre que só existe uma órbita geostacionária e que ela se encontra no plano do Equador.
- Calcule a altitude a que o mesmo deve estar de modo a permanecer sobre o mesmo ponto na Terra (geostacionário).

(Sol: b)  $z \approx 36000 \text{ km}$ )

### Exercício 5-2

Se um jogador de baseball atira uma bola a uma distância horizontal de 100 m em 4 segundos, qual a deflexão horizontal em resultado da rotação da Terra?

- A  $30^\circ\text{N}$
- A  $80^\circ\text{N}$
- Discuta a diferença observada.

(Sol: a)  $dy = -1,45 \text{ cm}$  ; b)  $dy = -2,9 \text{ cm}$ )

### Exercício 5-3

Duas bolas com 4 cm de diâmetro são colocadas a 100m de distância uma da outra num plano horizontal sem atrito. Se as bolas forem atiradas na direção uma da outra com a mesma velocidade, qual o valor que a mesma terá de ter de modo a que as bolas não choquem uma com a outra.

- A  $43^\circ\text{N}$
- A  $1^\circ\text{N}$
- Discuta a diferença observada.

(Sol: a)  $u = 6,17 \text{ m/s}$  ; b)  $u = 16 \text{ cm/s}$ )

### Exercício 5-4

Qual é o deslocamento horizontal de um corpo deixado cair de uma plataforma fixa a uma altura  $h$  no equador? Despreze os efeitos da resistência do ar. Qual o valor numérico deste deslocamento para  $h = 5\text{km}$ ?

(Sol:  $dx = 7.7\text{m}$ )

### Exercício 5-5

O Gervásio e a Hortelinda vão num passeio caçar aves com um revólver que dispara balas a 320 m/s, perto de Sintra ( $\phi = 38.5^\circ$ ). A certa altura a Hortelinda avista uma ave a passar o seu zénite e dispara uma bala na vertical, falhando o pássaro. Sabendo que o Gervásio se encontrava a cerca de 26m a Este da Hortelinda, estará ele em perigo de ser atingido pela bala e morrer? Despreze a resistência do ar, o gradiente de pressão e  $f'u$  comparado com  $g$  na equação vertical. (Considere a velocidade angular terrestre  $\Omega = 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ).

### Exercício 5-6

Admitindo um escoamento horizontal, calcule a tendência da temperatura num ponto fixo num domínio com as seguintes condições:

- Vento Norte com 10 m/s e um gradiente horizontal de temperatura de  $5^{\circ}\text{C}/100\text{km}$  a aumentar de Norte para Sul.
- Vento Norte com 10 m/s e um gradiente horizontal de temperatura de  $5^{\circ}\text{C}/100\text{km}$  a aumentar de Este para Oeste.
- Vento Norte com 10 m/s e um gradiente horizontal de temperatura de  $5^{\circ}\text{C}/100\text{km}$  a aumentar de Noroeste para Sudeste.

### Exercício 5-7

Numa zona da atmosfera observa-se um gradiente vertical de temperatura de  $-4^{\circ}\text{C}/\text{km}$  e um gradiente horizontal de  $2^{\circ}\text{C}/100\text{km}$ , com a temperatura a decrescer de Sul para Norte.

- Calcule a tendência da temperatura para um escoamento horizontal de Nordeste com velocidade de 10 m/s, admitindo que se trata de um escoamento isotérmico.
- Se o escoamento anterior for acompanhado por subsidência com uma velocidade descendente de 5 cm/s, que impacto espera sobre a tendência da temperatura: a subsidência contribuirá para aquecimento ou arrefecimento? Nota: Não esquecer o efeito da compressão adiabática.

### Exercício 5-8

Considere um campo de temperatura potencial que aumenta  $2^{\circ}\text{C}/100\text{km}$  de Oeste para Este e um vento horizontal e constante de Noroeste com 20 m/s. Calcule a tendência da temperatura potencial num ponto do domínio admitindo que o escoamento é adiabático e com uma subsidência de 10 cm/s, sendo o gradiente de temperatura o da Atmosfera padrão ( $-6.5\text{K}/\text{km}$ ).

(Sol:  $\frac{dT}{dt} = 0.16 \text{ K/h}$ )

## 6. Escoamento estacionário

### Exercício 6-1

Calcule o vento geostrófico (velocidade e direção) aos  $30^{\circ}\text{N}$ , num local onde a pressão aumenta a uma taxa de  $1\text{mPa/m}$  na direção NE, considerando uma temperatura e pressão de  $0^{\circ}\text{C}$  e  $85\text{kPa}$ , respetivamente. Se esta situação se verifica-se aos  $70^{\circ}\text{S}$ , qual seria a velocidade e direção do vento geostrófico?

(Sol:  $v=12.64\text{ m/s}$  ;  $v=6.7\text{ m/s}$ )

### Exercício 6-2

Considere um ponto aos  $40^{\circ}\text{N}$  onde se observa um vento de  $15\text{m/s}$  e cuja pressão e temperatura são, respetivamente,  $99\text{kPa}$  e  $15^{\circ}\text{C}$ . Faça uma estimativa do gradiente horizontal de pressão.

(Sol:  $1.7\text{ hPa}/100\text{ km}$ )

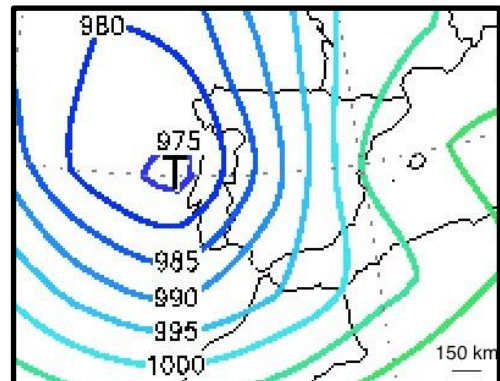
### Exercício 6-3

O Gervásio e a Hortelinda decidiram casar em local incógnito, de modo a que os alunos de meteorologia não os encontrassem. Porém, sabemos que nesse local o vento geostrófico é de  $30\text{m/s}$ , o gradiente horizontal de pressão de  $3\text{ hPa}/100\text{km}$  e que se registava no local do casamento uma temperatura e uma pressão de  $20^{\circ}\text{C}$  e  $0.98 \times 10^5\text{ Pa}$ , respetivamente. Sabendo que esse local se encontra a uma longitude de  $115^{\circ}\text{W}$ , descubra onde foi o casamento.

(Sol: Google Earth)

### Exercício 6-4

A 15 de Fevereiro de 1941, ocorreu a maior tempestade do Século XX em Portugal continental. A carta de pressão à superfície referente a esse dia está representada na figura (obtida através de uma reanálise). Nessa altura o avô do Gervásio, o Sr. Bonifácio, morava na região de Lisboa, numa casa com uma árvore de grande porte atrás da mesma. Sabendo que a árvore corre o risco de cair com ventos superiores a  $100\text{km/h}$ , será que o avô do Gervásio correu o risco de ficar desalojado? Considere que a temperatura do ar à superfície era de  $15^{\circ}\text{C}$ . Estime o vento geostrófico, do gradiente e compare os resultados.



### Exercício 6-5

Considere uma depressão circular, ao nível médio do mar, à latitude de  $45^{\circ}\text{N}$ . No ponto P, a uma distância de  $500\text{km}$  do centro da depressão, o gradiente de pressão vale  $2\text{hPa}/100\text{km}$ .

Calcule:

- O vento geostrófico no ponto P;
- O vento do gradiente no ponto P;

(Sol: a)  $16.2\text{ m/s}$  ; b)  $12.9\text{ m/s}$ )

### Exercício 6-6

Se a velocidade do vento num tornado entre o centro e o raio  $r$  é dado por:

$$v = ar$$

Mostre que a distribuição da pressão é dada por:

$$p = p_0 \exp \left[ -\frac{a^2(r_0^2 - r^2)}{2R_d T} \right]$$

Onde  $a$  é constante,  $p_0$  é a pressão à distância do centro  $r_0$ , e  $T$  é a temperatura (assumida constante). Calcule a pressão central se a uma distância de 200m do centro a pressão for de 100 kPa, a velocidade do vento de 40m/s e a temperatura de 20°C.

### Exercício 6-7

O tornado de Tomar de 7 de Dezembro de 2010 foi o primeiro tornado classificado como F3 em Portugal continental, com vento máximo estimado em 260km/h (rajadas de 3s) e com um raio (distância do centro ao ponto de vento máximo) estimado em 150m.

- Admitindo que o vento sustentado (vento médio durante a fase de maior intensidade) vale 2/3 do vento máximo, e que a densidade do ar é de 1.2 kg/m<sup>3</sup>, estime o gradiente de pressão;
- Admitindo uma pressão ambiente de 1005 hPa, estime a pressão mínima;
- Mostre que a aceleração de Coriolis é desprezável.

(Sol: a)18.4 Pa/m ; b)Estimativa grosseira: 977 hPa )

### Exercício 6-8

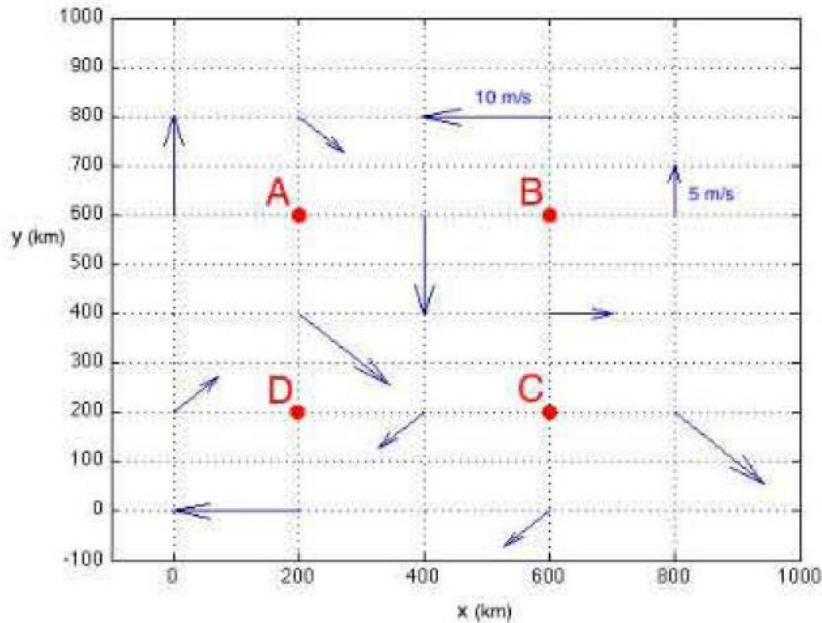
Aos 40°N observa-se um gradiente de pressão de 1.1hPa/100km, a 400km do centro de uma depressão circular, verificando-se que o vento faz um ângulo de 30° com as isóbaras.

- Calcule a velocidade do vento admitindo uma situação estacionária e uma densidade de 1.2 kg/m<sup>3</sup>.
- Repita o exercício para o caso de um anticiclone.
- Calcule a aceleração provocada pelo atrito.

(Sol: a)  $v=7.12$  m/s ; b)  $v=12.9$ m/s ; c)  $a=4.6 \times 10^{-4}$  m/s<sup>2</sup>)

## 7. Geometria do escoamento

### Exercício 7-1

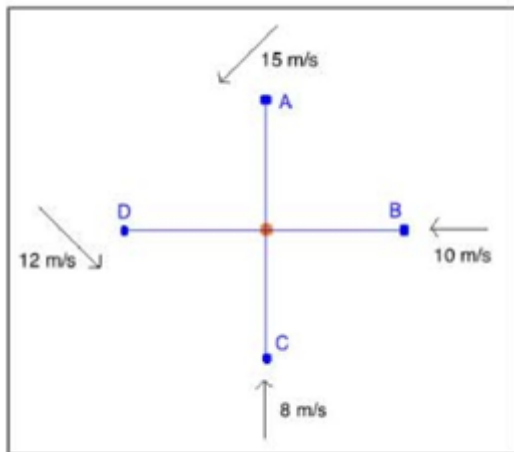


Calcule a vorticidade e divergência horizontal nos pontos A, B, C e D a partir do campo de vento representado na figura. Considere os maiores vetores com um vento de intensidade 10 m/s e os mais pequenos com 5 m/s.

(Sol: : A ( $\zeta = -4.12 \times 10^{-5} s^{-1}$ ,  $\delta = 8.84 \times 10^{-6} s^{-1}$ ), B ( $\zeta = 7.5 \times 10^{-5} s^{-1}$ ,  $\delta = 0$ ), C ( $\zeta = 3.02 \times 10^{-5} s^{-1}$ ,  $\delta = 3.54 \times 10^{-5} s^{-1}$ ), D ( $\zeta = -6.04 \times 10^{-5} s^{-1}$ ,  $\delta = -3.54 \times 10^{-5} s^{-1}$ )

### Exercício 7-2

O Gervásio e a Hortelinda foram passar a lua-de-mel as Caraíbas, e decidiram fazer um passeio de barco no Oceano. A uma dada altura, o campo do vento era o que está representado na figura. A distância do barco aos pontos é de 100 km. Calcule a divergência no local onde se encontra o casal e conclua qual o estado do tempo no momento. Estará o passeio a ser agradável?



(Sol:  $\delta = -1.86 \times 10^{-4} s^{-1}$ )

### Exercício 7-3

Considere a figura do local onde O Gervásio e a Hortelinda foram passear de barco (Exercício 2). Calcule a vorticidade relativa no local.

(Sol:  $\zeta = 9.55 \times 10^{-5} s^{-1}$ )

### Exercício 7-4

Considere uma depressão circular com um raio de 300 km e uma divergência horizontal média do campo do vento com um valor de  $-2.3 \times 10^{-5} s^{-1}$ . Supondo que o sistema é estacionário e que os dados são válidos para os primeiros 1000m de altitude, calcule a velocidade vertical a essa altitude.

(Sol:  $w = 2.3 \text{ cm/s}$ )

### Exercício 7-5

Considere uma depressão circular a  $40^\circ N$ , onde a 400 km do centro se observa um gradiente de pressão de  $2 \text{ hPa}/100 \text{ km}$ . A densidade do ar é de  $1.2 \text{ kg/m}^3$ . Admitindo que o sistema é estacionário e que os dados são válidos para os primeiros 1000 m de altitude, estime:

- A vorticidade relativa.
- A vorticidade absoluta.
- A divergência do campo horizontal do vento.
- A velocidade vertical aos 1000m.
- Repita as alíneas anteriores mas considerando o atrito, supondo um vento de 12 m/s.
- Interprete as diferenças observadas, nomeadamente no campo da divergência e velocidade vertical.

(Sol: a)  $\zeta = 6.58 \times 10^{-5} s^{-1}$ , b)  $\zeta_a = 1.6 \times 10^{-4} s^{-1}$ , c)  $\delta = 0$ , d)  $w = 0$ , e)  $\zeta = 5.34 \times 10^{-5} s^{-1}$ ,  $\zeta_a = 1.47 \times 10^{-4} s^{-1}$ ,  $\delta = -273 \times 10^{-5} s^{-1}$ ,  $w = 2.7 \text{ cm s}^{-1}$ )

### Exercício 7-6

A 1000 km do centro de um anticiclone circular aos 40°N observa-se um gradiente de pressão de 1hPa/100km e o vento faz um ângulo de 20° com as isóbaras. A densidade do ar vale  $1.2 \text{ kg m}^{-3}$ . Admitindo que se trata de um sistema estacionário e que as condições são válidas nos primeiros 1500m de altitude, calcule:

- 0 vento.
- A vorticidade relativa.
- A divergência do vento (horizontal).
- A velocidade vertical aos 1500 m.
- (Estime) a tendência da temperatura no centro do anticiclone aos 1500m. Considere o gradiente vertical de temperatura típico ( $-6.5^\circ\text{C}/\text{km}$ ) e que  $\theta = T$  a superfície.

(Sol: a)  $v = 7.72 \text{ ms}^{-1}$ , b)  $\zeta = -1.45 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , c)  $\delta = 5.28 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ , d)  $w = -0.8 \text{ cm s}^{-1}$ , e)  $\frac{\partial T}{\partial t} \approx 0.1 \text{ Kh}^{-1}$ )

### Exercício 7-7

Uma coluna de ar aos 60°N com vorticidade relativa nula estende-se inicialmente desde a superfície até à tropopausa (10 km). Se a coluna de ar se mover até encontrar uma montanha com 2500 m de altitude aos 45°N, qual será a sua vorticidade relativa quando passa pelo topo da mesma?

(Sol:  $\zeta = -8.4 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ )



## 8. Estrutura vertical do escoamento

### Exercício 8-1

Considere uma depressão circular aos 50°N, com 970 hPa de pressão no centro. Sabendo que a 200km do centro a superfície isobárica dos 970 hPa está a 50m de altitude, estime:

- A intensidade do vento geostrófico.
- A vorticidade geostrófica.

(Sol:  $v_g \approx 21.93 \text{ ms}^{-1}$ ,  $\zeta_g \approx 4.39 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ )

### Exercício 8-2

Considere um anticiclone circular aos 30°S cuja superfície dos 1020 hPa está a um nível de 40m no centro e a um nível de 10m a uma distância de 500 km do centro. Estime:

- A intensidade do vento geostrófico.
- A vorticidade geostrófica.

(Sol:  $v_g \approx 8.06 \text{ ms}^{-1}$ ,  $\zeta_g \approx 6.45 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ )

### Exercício 8-3

Numa região aos 40°N observa-se um vento à superfície (1013 hPa) de Oeste com 8 m/s. Sabendo que a temperatura decresce de Sul para Norte a uma taxa de 1K/100km, estime o vento aos 500 hPa.

(Sol:  $v_{500} \approx 29.6 \text{ m/s}$ )

### Exercício 8-4

Na zona do jato polar aos 60°N observa-se um vento aos 300 hPa de Oeste com 50 m/s. Sabendo que o vento à superfície (1000 hPa) é na mesma direção e decresceu, em média, 5 m/s por cada km entre os 300 e os 1000 hPa, estime o gradiente horizontal de temperatura. Considere a temperatura média da camada 1000-300 hPa de 250K.

(Sol:  $\frac{\partial T}{\partial y} \approx 1.61 \text{ K/100 km}$ )

### Exercício 8-5

Num local aos 40°N observa-se uma temperatura de 15°C e um vento de Noroeste aos 1000 hPa com 10 m/s, e um vento de Nordeste com 25 m/s aos 700 hPa. Calcule, admitindo a aproximação geostrófica, calcule:

- O vento térmico na camada.
- O gradiente horizontal de temperatura médio.
- A tendência da temperatura média devida à advecção horizontal na camada.
- Admitindo que existe subsidência com a velocidade de 36 hPa/h e que o gradiente vertical de temperatura é de -7°C/km, calcule a tendência da temperatura aos 1000 hPa devida à advecção vertical.

$$\begin{aligned}\vec{v}_T &= \vec{v}_{700} - \vec{v}_{100} \\ &= (-25 \times \cos(45) \vec{e}_x - 25 \sin(45) \vec{e}_y) - (10 \times \cos(45) \vec{e}_x - 10 \sin(45) \vec{e}_y) \\ &= -35 \times \cos(45) \vec{e}_x - 15 \sin(45) \vec{e}_y\end{aligned}$$

(Sol: a)  $v_g \approx 26.9 \text{ ms}^{-1}$ , b)  $\frac{\partial T}{\partial y} = 2.27 \frac{\text{K}}{100\text{km}}$ ,  $\frac{\partial T}{\partial x} = -0.97 \text{ K}/100\text{km}$ , c)  $\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \approx 0.83 \text{ Kh}^{-1}$ , d)  $\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \approx 1.67 \text{ Kh}^{-1}$

### Exercício 8-6

O Gervásio e a Hortelinda decidiram levar os filhos gémeos, a Gertrudes e o Firmino, à praia do Guincho (38.7°N) num dia de Verão. Às 16h, quando chegaram à praia, o vento era de Noroeste com 5 m/s à superfície (1000 hPa), de Norte com 30 m/s aos 700 hPa e de Sudoeste com 40 m/s aos 500 hPa. Inicialmente, o gradiente vertical de temperatura é de -6.5°C/km e a temperatura média da camada 1000-500 hPa é de 2°C. Poderão estar na praia com sol até às 20h, ou correm o risco de o tempo se alterar? Sugestão: Avalie a instabilidade da camada 850-600 hPa.

### Exercício 8-7

No centro de uma depressão circular aos 50°N, a isóbara dos 970 hPa encontra-se aos 10 m, enquanto a 400 km do centro está a 100 m. O campo da temperatura apresenta um máximo no centro da depressão, sendo 5°C mais alta que a 400 km do centro. A temperatura média entre superfície e o topo da depressão é de 275K.

a) Estime a vorticidade relativa geostrófica aos 970 hPa.

b) Estime até que altitude se estende a depressão. Note que o caso representa uma depressão quente.

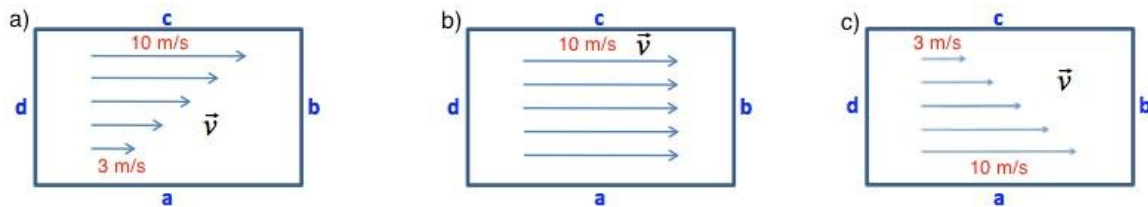
(Sol:  $\zeta_g = 1.97 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ,  $z \approx 4950 \text{ m}$ )

$$\begin{aligned}\frac{\partial \zeta_g}{\partial z} &= \frac{\partial \zeta_g}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\frac{\partial}{\partial p} (\nabla_p^2 \phi)}{f} (-\rho g) = -\frac{\rho g}{f} \nabla^2 \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) = -\frac{\rho g}{f} \nabla_p^2 \left( -\frac{R_d T}{p} \right) = \frac{R_d \rho g}{f p} \nabla^2 (T) = \frac{g}{f T} \nabla^2 T \\ &\equiv \text{ms}^{-2} \text{sm}^{-2} \equiv \text{m}^{-1} \text{s}^{-1} \\ \nabla^2 T &\approx \frac{4T_{per} - 4T_{centro}}{R^2} = -\frac{20}{R^2} \\ 0 &= \zeta_g(z_{TOPO}) = \zeta_g(z=0) + \frac{\partial \zeta_g}{\partial z} z_{TOPO} \Rightarrow z_{TOPO} = \frac{-\zeta_g(z=0)}{\frac{\partial \zeta_g}{\partial z}}\end{aligned}$$

## 9. Circulação

### Exercício 9-1

Calcule a circulação e a vorticidade relativa média nos casos representados na figura abaixo. As áreas têm 1000x500 km de comprimento.



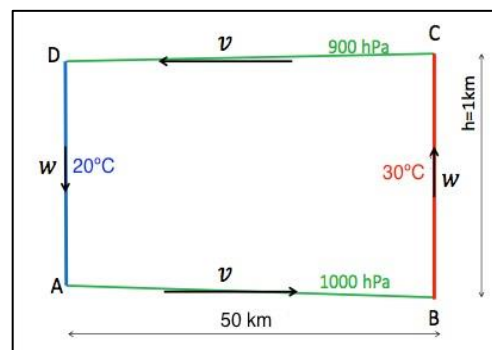
### Exercício 9-2

Considere a situação esquematizada na figura, onde uma temperatura de 20°C sobre o oceano e de 30°C sobre o continente origina uma brisa marítima. Calcule a Energia potencial disponível no sistema. Para facilitar o cálculo e interpretação, admita que a brisa se faz sentir em 100km de costa. Se essa energia for toda convertida em Energia cinética e distribuída igualmente por todo o fluido, qual a velocidade que o sistema atinge para repor o equilíbrio?

(Sol:  $E=2.28 \times 10^{14}$  J ;  $v=9.1$  m/s)

### Exercício 9-3

O Gervásio foi com a família à praia do Guincho praticar kitesurf. No momento em que chegam à praia às 12:00h o vento é nulo, mas às 13:00h inicia-se uma circulação de brisa provocada pelo aquecimento diurno em terra. Sabendo que o kitesurf se torna inseguro com um vento superior a 15 m/s, até que hora pode o Gervásio praticar kitesurf sem que corra perigo de vida? Utilize as condições fornecidas na figura.



### Exercício 9-4

Numa depressão, o vento torna-se paralelo às isóbaras aos 1000 m. Considerando que a evolução vertical do vento entre a superfície e os 1000 m é ditada pela espiral de Ekman, calcule o valor de  $\gamma$ . Estime o transporte de massa gerado pela Espiral de Ekman na depressão a 500 km do centro da mesma. Para tal deverá considerar que a evolução vertical do vento entre a superfície e os 1000 m é ditada pela espiral de Ekman. Considere  $\rho=1.2\text{kg/m}^3$  e  $u_g=30\text{m/s}$ . Supondo que a pressão no centro da depressão é inicialmente de 990hPa e de 1010hPa a 500km, estime o tempo que a depressão demorará a encher, caso não houvesse fluxo de massa através do topo. (Sugestão: Considere que a depressão está cheia quando a pressão dentro da área for homogênea e de 1010hPa.

(Sol: Fluxo= $1.8 \times 10^{10}$  kg/s ;  $t=1\text{h}19\text{min}$ )

### Exercício 9-5

Num mastro aos 40°N mediu-se um vento aos 100m de 10.6 m/s e aos 10m de 6m/s. Estime o vento aos 50m.

(Sol:  $v=9.21$  m/s)

#### Exercício 9-6

A 50 m da superfície observa-se um vento de Oeste com 10 m/s constante ao longo de um percurso horizontal de 1 km. Nesse percurso, a superfície apresenta uma transição de uma zona de erva com um comprimento de rugosidade de 0.03 m, para uma zona urbana com um comprimento de rugosidade de 2.5 m. Estime:

a) A velocidade de atrito em cada zona.

b) A velocidade aos 10 m em cada zona.

(Sol: a)  $u^*=0.54$  m/s ;  $u^*=1.34$  m/s b)  $u=7.8$  m/s ;  $u=4.6$  m/s)

#### Exercício 9-7

Uma frente à superfície, aos  $50^\circ\text{N}$ , está alinhada na direção N-S. A massa de ar a W da frente apresenta uma temperatura de  $17^\circ\text{C}$  e um vento de 10 m/s de NW, a massa de ar a E da frente apresenta uma temperatura de  $5^\circ\text{C}$  e um vento de 20 m/s soprando de SSW.

a) Esquematize a estrutura da frente nos planos horizontal e vertical.

b) Estime o declive da frente.

c) Discuta a consistência cinemática do escoamento na frente.

(Sol:  $\alpha=0.4^\circ$ )