FACULDADE·DE·CIÊNCIAS UNIVERSIDADE·DE·LISBOA
Departamento de Engenharia Geográfica, Geofísica e Energia

2ª época de Topografia
09 de Julho de 2008
O exame é sem consulta e tem a duração de 2.5 horas

1.

a) para A: $\frac{326^g.184+\left(126^g.171+200^g\right)}{2}=326^g.178$; para B: $\frac{84^g.250+\left(284^g.248-200^g\right)}{2}=84^g.249$

b) se não existir erro de índice, isto é, se $e_{\text{índice}}=0$, a soma das leituras zenitais conjugadas é igual a 400^g, e portanto $L_{\text{directa}}^{\text{zenital para A}}-\left(400^g-L_{\text{inversa}}^{\text{zenital para A}}\right)=0$; não se verificando, em geral, esta situação ($e_{\text{índice}}\neq 0$), tem-se:

$$e_{\text{índice}}=\frac{L_{\text{directa}}^{\text{zenital para A}}-\left(400^g-L_{\text{inversa}}^{\text{zenital para A}}\right)}{2}=\frac{99^g.984-\left(400^g-299^g.984\right)}{2}=-0^g.016$$

c) $L_{\text{inversa}}^{\text{zenital para B}}=2\times e_{\text{índice}}-L_{\text{directa}}^{\text{zenital para B}}+400^g=-0^g.032-107^g.462+400^g=292^g.506$

d) $L_{A}^{\text{zenital compensada}}=\frac{L_{\text{directa}}^{\text{zenital para A}}+400^g-L_{\text{inversa}}^{\text{zenital para A}}}{2}=\frac{99^g.984+400^g-299^g.984}{2}=100^g$

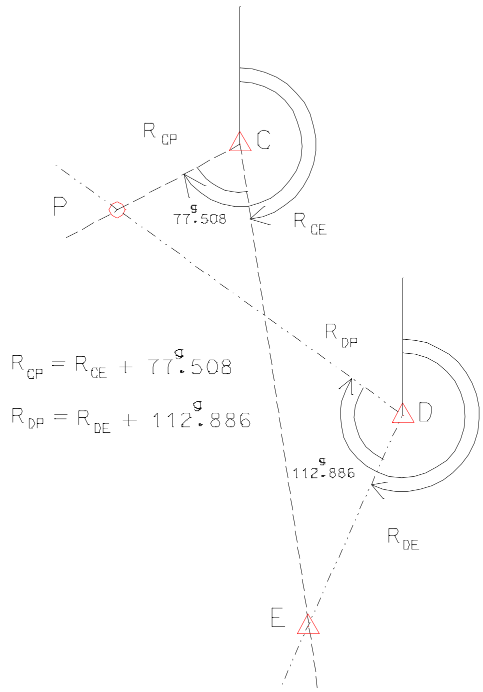
$L_{B}^{\text{zenital compensada}}=\frac{L_{\text{directa}}^{\text{zenital para B}}+400^g-L_{\text{inversa}}^{\text{zenital para B}}}{2}=\frac{107^g.462+400^g-292^g.506}{2}=107^g.478$

e) $R_{EA}=a\tan\frac{M_A-M_E}{P_A-P_E}=a\tan\frac{100.00-100.00}{-100.00-100.00}=a\tan\frac{0.00}{-200.00}=200^g$

$R_{EB}=R_{EA}+\left(L_B^{\text{azimutal}}-L_A^{\text{azimutal}}\right)=200^g+\left(84^g.249-326^g.178\right)=358^g.071$

f) $R_0=R_{EA}-L_A^{\text{azimutal}}=R_{EB}-L_B^{\text{azimutal}}=200^g-326^g.178+400^g=358^g.071-84^g.249=273^g.822$

2. C e D são os pontos estacionados, de coordenadas conhecidas; E é o ponto visado, de coordenadas conhecidas, para definir a orientação em C e D, respectivamente R_{CE} e R_{DE}; P é o ponto a coordenar por intersecção das rectas que passam por C e D e têm rumos respectivamente R_{CP} e R_{DP}.



$$R_{CP} = R_{CE} + 77^g.508 = a\tan\frac{-2380.84 + 2417.92}{5428.06 - 5690.92} + 77^g.508 = 268^g.586$$

$$R_{DP} = R_{DE} + 112^g.886 = a\tan\frac{-2380.84 + 2329.17}{5428.06 - 5543.18} + 112^g.886 = 339^g.744$$

Adaptando o problema às expressões fornecidas no formulário, tem-se D = A, C = B, P = C; assim:

$$M_P = \frac{(5690.92 - 5543.18) - 2329.17 \cot g\ 339^g.744 + 2417.92 \cot g\ 268^g.586}{\cot g\ 339^g.744 - \cot g\ 268^g.586} = -2484.523\ \text{m}$$

$$P_P = \frac{5690.92 \cot g\ 339^g.744 - 5543.18 \cot g\ 268^g.586 + (-2329.17 + 2417.92) \cot g\ 339^g.744 \cot g\ 268^g.586}{\cot g\ 339^g.744 - \cot g\ 268^g.586} = 5655.100\ \text{m}$$

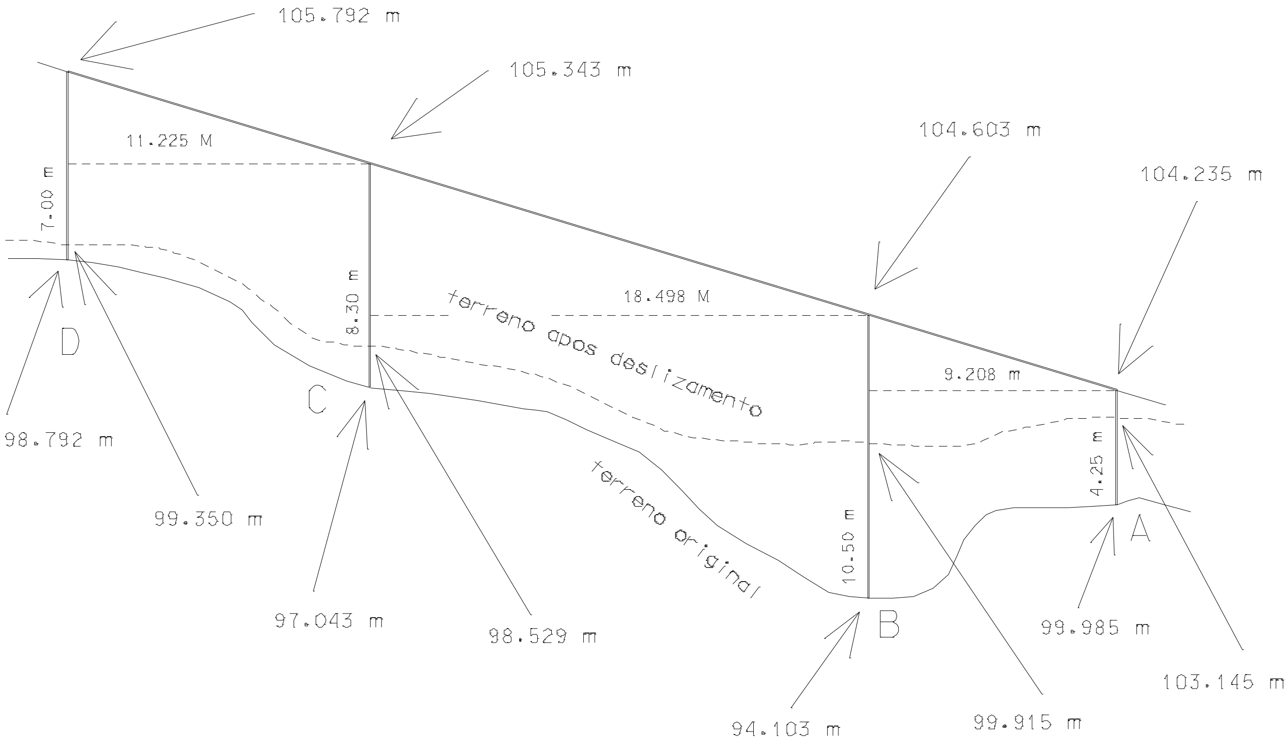
3. Supondo M_E=0, P_E=0, C_E=100, R_{0E}=0, as coordenadas da base dos 4 pilares em relação a E, <u>após o deslizamento de terras</u> (apenas as cotas variaram entre as duas situações), são:

$$\begin{cases} M_A = M_E + d_{EA}^{inclinada} \sin L_{EA}^{zenital} \sin L_{EA}^{azimutal} = 13.110 \sin 86^g.732 \sin 102^g.368 = 12.817\ \text{m} \\ P_A = P_E + d_{EA}^{inclinada} \sin L_{EA}^{zenital} \cos L_{EA}^{azimutal} = 13.110 \sin 86^g.732 \cos 102^g.368 = -0.477\ \text{m} \\ C_A = C_E + a^{aparelho} + d_{EA}^{inclinada} \cos L_{EA}^{zenital} - a^{visada} = 100 + 1.70 + 13.110 \cos 86^g.732 - 1.55 = 102.863\ \text{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = M_E + d_{EB}^{inclinada} \sin L_{EB}^{zenital} \sin L_{EB}^{azimutal} = 8.400 \sin 100^g.326 \sin 153^g.240 = 5.630\ \text{m} \\ P_B = P_E + d_{EB}^{inclinada} \sin L_{EB}^{zenital} \cos L_{EB}^{azimutal} = 8.400 \sin 100^g.326 \cos 153^g.240 = -6.234\ \text{m} \\ C_B = C_E + a^{aparelho} + d_{EB}^{inclinada} \cos L_{EB}^{zenital} - a^{visada} = 100 + 1.70 + 8.400 \cos 100^g.326 - 1.55 = 100.107\ \text{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_C = M_E + d_{EC}^{inclinada} \sin L_{EC}^{zenital} \sin L_{EC}^{azimutal} = 19.871 \sin 103^g.426 \sin 229^g.368 = -8.832\ \text{m} \\ P_C = P_E + d_{EC}^{inclinada} \sin L_{EC}^{zenital} \cos L_{EC}^{azimutal} = 19.871 \sin 103^g.426 \cos 229^g.368 = -17.768\ \text{m} \\ C_C = C_E + a^{aparelho} + d_{EC}^{inclinada} \cos L_{EC}^{zenital} - a^{visada} = 100 + 1.70 + 19.871 \cos 103^g.426 - 1.55 = 99.081\ \text{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_D = M_E + d_{ED}^{inclinada} \sin L_{ED}^{zenital} \sin L_{ED}^{azimutal} = 30.393 \sin 101^g.361 \sin 239^g.365 = -17.614\ \text{m} \\ P_D = P_E + d_{ED}^{inclinada} \sin L_{ED}^{zenital} \cos L_{ED}^{azimutal} = 30.393 \sin 101^g.361 \cos 239^g.365 = -24.760\ \text{m} \\ C_C = C_E + a^{aparelho} + d_{EC}^{inclinada} \cos L_{EC}^{zenital} - a^{visada} = 100 + 1.70 + 30.393 \cos 101^g.361 - 1.55 = 99.500\ \text{m} \end{cases}$$



Como no pilar A, cuja altura antes do deslizamento era igual 4.25 m, apenas ficou acima do terreno uma altura igual a 1.09 m após o deslizamento, nesse ponto ficou subterrada uma altura igual a 4.25 m -1.09 m = 3.16 m. Sabendo a cota do terreno em A após o deslizamento (103.145 m) e a altura do pilar acima do terreno nesse mesmo ponto (1.09 m), é possível calcular a cota do tabuleiro sobre o ponto A: 103.145 m + 1.09 m = **104.235 m**.

Uma vez que o tabuleiro sobe de A para D com um declive de 4%, é possível calcular as cotas do tabuleiro sobre os pontos B, C e D, respectivamente iguais a 104.235 m + 9.208x4/100 = **104.603 m**, 104.603 m + 18.498x4/100 = **105.343 m** e 105.343 m +11.225x4/100 = **105.792 m**.

Calculadas as cotas do tabuleiro sobre os 4 pontos A, B, C, e D, e conhecidas as alturas dos pilares antes do deslizamento, podem calcular-se as cotas desses pontos no terreno original, respectivamente iguais a 104.235 m – 4.25 m = **99.985 m**, 104.603 m – 10.50 m = **94.103 m**, 105.343 m – 8.30 m = **97.043 m** e 105.792 m -7.00 m = **98.792 m**.

Finalmente, para calcular a altura de cada pilar que ficou debaixo de terra, basta subtrair em cada ponto A, B, C, D as cotas do terreno após o deslizamento e do terreno original, respectivamente iguais a: 103.145 – 99.985 = **3.16 m**, 99.915 – 94.103 = **5.812 m**, 98.529 – 97.043 = **1.486 m** e 99.350 – 98.792 = **0.558 m**.

4.

cálculo do R_0 no ponto E_1 (ponto inicial e final pois a poligonal é fechada):

$$R_0^{E_1} = R_{E_1,A} - L_{E_1,A}^{az} = a\tan\frac{M_A - M_{E_1}}{P_A - P_{M_1}} - L_{E_1A}^{az} = a\tan\frac{187.23-187.66}{278.44-207.73} - 3^g.448 = 399^g.612 - 3^g.448 = 396^g.165$$

cálculo dos rumos para a frente por transporte ao longo da poligonal:

$$R_{E_1,E_2} = R_0^{E_1} + L_{E_1E_2}^{az} = 396^g.165 + 128^g.482 = 124^g.647$$

$$R_{E_2,E_3} = R_{E_1,E_2} + L_{E_2E_3}^{az} - L_{E_2,E_1}^{az} + 200^g = 124^g.647 + 261^g.987 - 321^g.869 + 200^g = 264^g.765$$

$$R_{E_3,E_4} = R_{E_2,E_3} + L_{E_3E_4}^{az} - L_{E_3,E_2}^{az} + 200^g = 264^g.765 + 1^g.835 - 51^g.530 + 200^g = 15^g.070$$

$$R_{E_4,E_1} = R_{E_3,E_4} + L_{E_4E_1}^{az} - L_{E_4,E_3}^{az} + 200^g = 15^g.070 + 192^g.118 - 27^g.853 + 200^g = 379^g.335$$

cálculo do erro de fecho angular:

$$\varepsilon_\alpha = R_{E_4,E_1} + 200^g - L_{E_1,E_4}^{az} - R_0^{E_1} = 379^g.335 + 200^g - 183^g.178 - 396^g.165 = -0^g.008$$

compensação dos rumos:

$$\overline{R}_{E_1,E_2} = R_{E_1,E_2} + \frac{0^g.008}{4} = 124^g.649$$

$$\overline{R}_{E_2,E_3} = R_{E_2,E_3} + \frac{2\times 0^g.008}{4} = 264^g.769$$

$$\overline{R}_{E_3,E_4} = R_{E_3,E_4} + \frac{3\times 0^g.008}{4} = 15^g.076$$

$$\overline{R}_{E_4,E_1} = R_{E_4,E_1} + \frac{4\times 0^g.008}{4} = 379^g.343$$

cálculo das coordenadas planimétricas:

$$\delta M_{E_2} = d_{E_1,E_2}\sin\overline{R}_{E_1,E_2} = 116.88\sin 124^g.649 = 108.23\text{ m}$$
$$\delta P_{E_2} = d_{E_1,E_2}\cos\overline{R}_{E_1,E_2} = 116.88\cos 124^g.649 = -44.13\text{ m}$$

$$\delta M_{E_3} = d_{E_2,E_3}\sin\overline{R}_{E_2,E_3} = 125.73\sin 264^g.769 = -106.96\text{ m}$$
$$\delta P_{E_3} = d_{E_2,E_3}\cos\overline{R}_{E_2,E_3} = 125.73\cos 264^g.769 = -66.08\text{ m}$$

$$\delta M_{E_4} = d_{E_3,E_4}\sin\overline{R}_{E_3,E_4} = 63.77\sin 15^g.076 = 14.96\text{ m}$$
$$\delta P_{E_4} = d_{E_3,E_4}\cos\overline{R}_{E_3,E_4} = 63.77\cos 15^g.076 = 61.99\text{ m}$$

$$\delta M_{E_1} = d_{E_4,E_1}\sin\overline{R}_{E_4,E_1} = 50.90\sin 379^g343 = -16.23\text{ m}$$
$$\delta P_{E_1} = d_{E_4,E_1}\cos\overline{R}_{E_4,E_1} = 50.90\cos 379^g343 = 48.24\text{ m}$$

$M_{E_2} = M_{E_1} + \delta M_{E_1} = 187.66 + 108.23 = 295.89\ \text{m}$
$P_{E_2} = P_{E_1} + \delta P_{E_1} = 207.73 - 44.13 = 163.60\ \text{m}$

$M_{E_3} = M_{E_2} + \delta M_{E_2} = 295.89 - 106.96 = 188.93\ \text{m}$
$P_{E_3} = P_{E_2} + \delta P_{E_2} = 163.60 - 66.08 = 97.52\ \text{m}$

$M_{E_4} = M_{E_3} + \delta M_{E_3} = 188.93 + 14.96 = 203.89\ \text{m}$
$P_{E_4} = P_{E_3} + \delta P_{E_3} = 97.52 + 61.99 = 159.51\ \text{m}$

$\Delta M = 0\ \text{m}$
$\Delta P = 0\ \text{m}$ (os pontos inicial e final coincidem)

$EFM = \Delta M + \sum \delta M = \delta M_{E_1} + \delta M_{E_2} + \delta M_{E_3} + \delta M_{E_4} = 0\ \text{m}$
$EFP = \Delta P + \sum \delta P = \delta P_{E_1} + \delta P_{E_2} + \delta P_{E_3} + \delta P_{E_4} = 0.02\ \text{m}$

$\sum |\delta M| = 246.38\ \text{m}$
$\sum |\delta P| = 220.44\ \text{m}$

$KM = -EFM / \sum |\delta M| = 0$
$KP = -EFP / \sum |\delta P| = -9.072763 \times 10^{-5}$

$\bar{\delta} M_{E_2} = \delta M_{E_2} + KM \times |\delta M_{E_2}| = 108.23\ \text{m}$
$\bar{\delta} P_{E_2} = \delta P_{E_2} + KP \times |\delta P_{E_2}| = -44.13\ \text{m}$

$\bar{\delta} M_{E_3} = \delta M_{E_3} + KM \times |\delta M_{E_3}| = -106.96\ \text{m}$
$\bar{\delta} P_{E_3} = \delta P_{E_3} + KP \times |\delta P_{E_3}| = -68.09\ \text{m}$

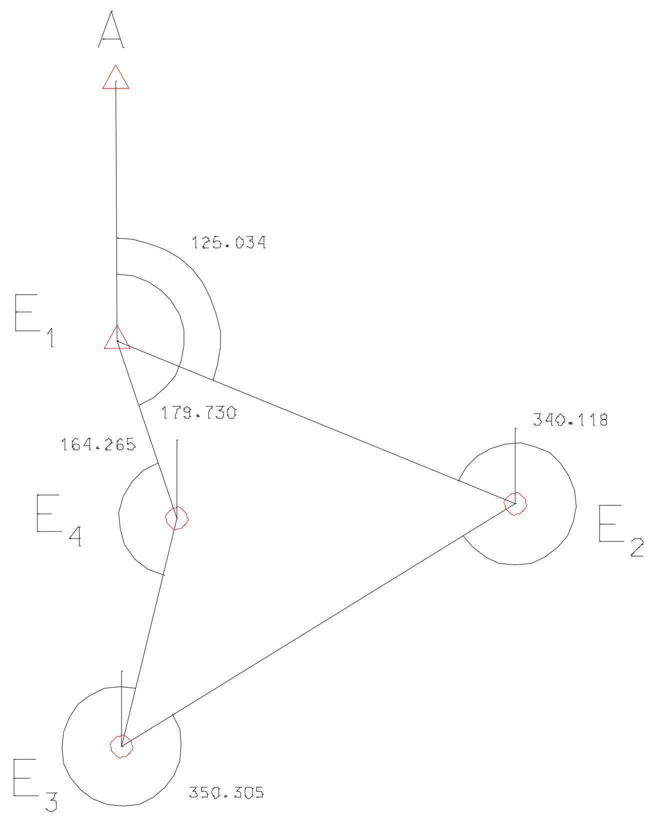
$\bar{\delta} M_{E_4} = \delta M_{E_4} + KM \times |\delta M_{E_4}| = 14.96\ \text{m}$
$\bar{\delta} P_{E_4} = \delta P_{E_4} + KP \times |\delta P_{E_4}| = 61.98\ \text{m}$

$\bar{\delta} M_{E_1} = \delta M_{E_1} + KM \times |\delta M_{E_1}| = -16.23\ \text{m}$
$\bar{\delta} P_{E_1} = \delta P_{E_1} + KP \times |\delta P_{E_1}| = 48.24\ \text{m}$

$M_{E_2} = M_{E_1} + \bar{\delta} M_{E_2} = 187.66 + 108.23 = 295.89\ \text{m}$
$P_{E_2} = P_{E_1} + \bar{\delta} P_{E_2} = 207.73 - 44.13 = 163.60\ \text{m}$

$M_{E_3} = M_{E_2} + \bar{\delta} M_{E_3} = 295.89 - 106.96 = 188.93\ \text{m}$
$P_{E_3} = P_{E_2} + \bar{\delta} P_{E_3} = 163.60 - 68.09 = 95.51\ \text{m}$

$M_{E_4} = M_{E_3} + \bar{\delta} M_{E_4} = 188.93 + 14.96 = 203.89\ \text{m}$
$P_{E_4} = P_{E_3} + \bar{\delta} P_{E_4} = 95.51 + 61.98 = 157.49\ \text{m}$


A
125.034
E1
179.730
164.265
340.118
E4
E2
E3
350.305