Departamento de Engenharia Geográfica, Geofísica e Energia

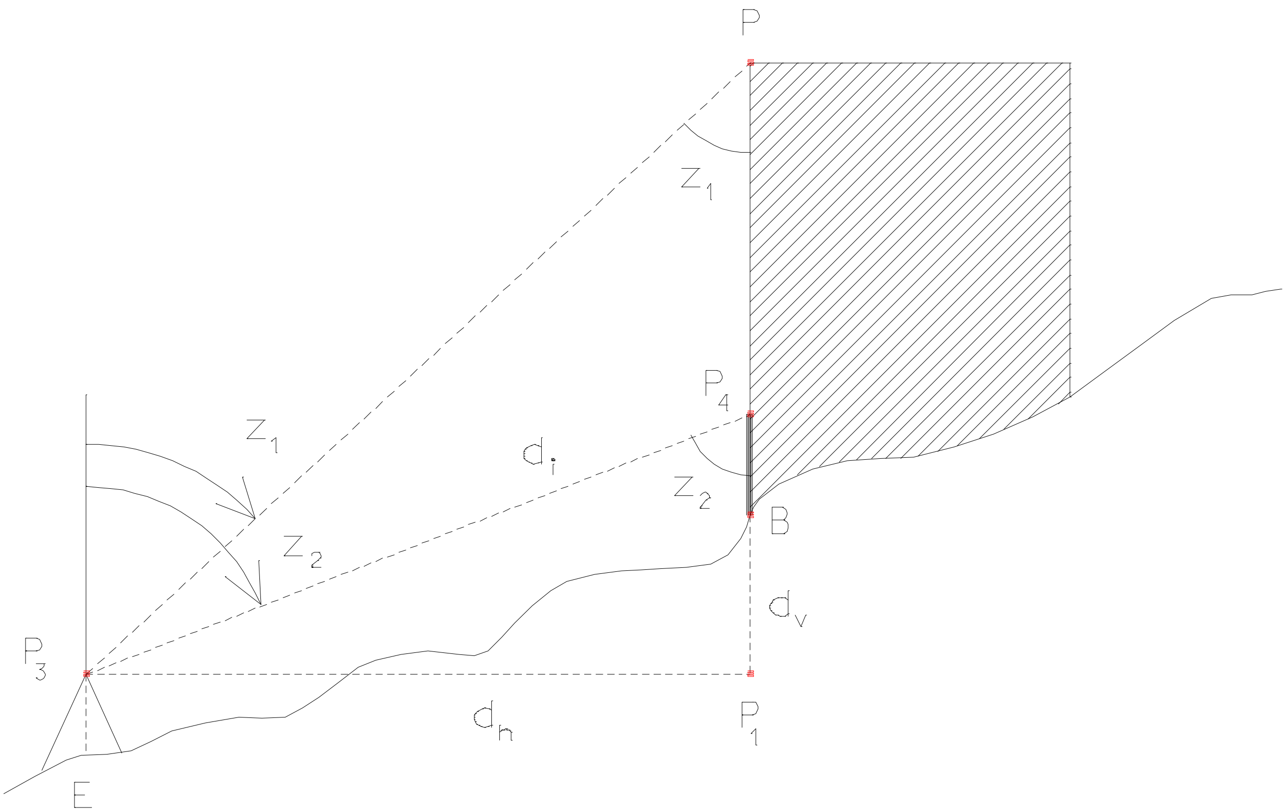
FACULDADE·DE·CIÊNCIAS UNIVERSIDADE·DE·LISBOA

Época especial de Topografia

13 de Julho de 2009

O exame é sem consulta e tem a duração de 2h30

1.



$PB =$ altura do edifício

$P_3E = a_i$ =altura do instrumento

$P_4B = a_v$ =altura visada

$P_1P_4 = d_v$

$$\cos z_2 = \frac{d_v}{d_i} \Rightarrow d_v = d_i \cos z_2 = 38.265 \times \cos 97.496 \text{ gon} = 1.50 \text{ m}$$

$$C_E + a_i + d_v - a_v = C_B \Rightarrow C_B = 250.00 + 1.60 + 1.50 - 1.50 = 251.60 \text{ m}$$

$$C_{P_1} + d_v - a_v = C_B \Rightarrow C_{P_1} = 251.60 + 1.50 - 1.50 = 251.60 \text{ m}$$

$$\tan z_1 = \frac{d_h}{PP_1} \Rightarrow PP_1 = \frac{d_h}{\tan z_1} = \frac{d_i \times \sin z_2}{\tan z_1} = 18.00 \text{ m}$$

$$PP_1 = PB + BP_1 = PB + (d_v - a_v) \Rightarrow PB = BP_1 + a_v - d_v = 18.00 \text{ m}$$

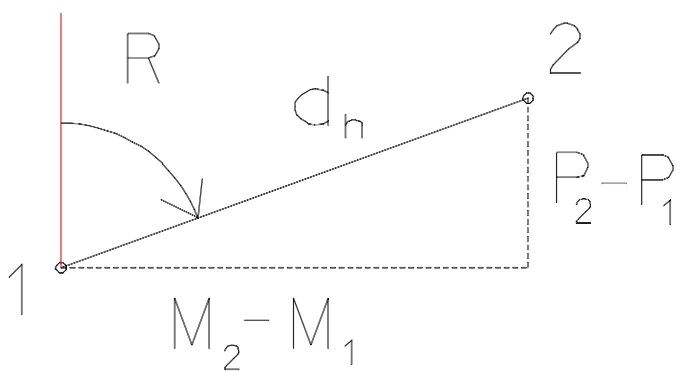
2.

$$\sigma_R = \pm 15'' = \pm \frac{15}{100\times 100}\,\text{gon} = \pm \frac{15}{100\times 100}\frac{\pi}{200} = \pm 7.5\pi\times 10^{-6}\,\text{rad}$$

$$\sigma_d = \pm\sqrt{0.003^2 + (5\times 10^{-6})^2\times 679.3^2} = \pm 0.005\ \text{m}$$

No caso de uma irradiada simples do ponto P_1 para o ponto P_2 (k=2), a lei de propagação de variâncias-covariâncias tem a forma

$$\begin{cases}
\sigma^2{}_{M_2} = (P_2 - P_1)^2\ \sigma_R^2 + \dfrac{(M_2 - M_1)^2}{d_h^2}\sigma_d^2 \\
\sigma^2{}_{P_2} = (M_2 - M_1)^2\ \sigma_R^2 + \dfrac{(P_2 - P_1)^2}{d_h^2}\sigma_d^2 \\
\sigma_{M_2P_2} = -(M_2 - M_1)(P_2 - P_1)\sigma_R^2 + \dfrac{(M_2 - M_1)(P_2 - P_1)}{d_h^2}\sigma_d^2
\end{cases}$$



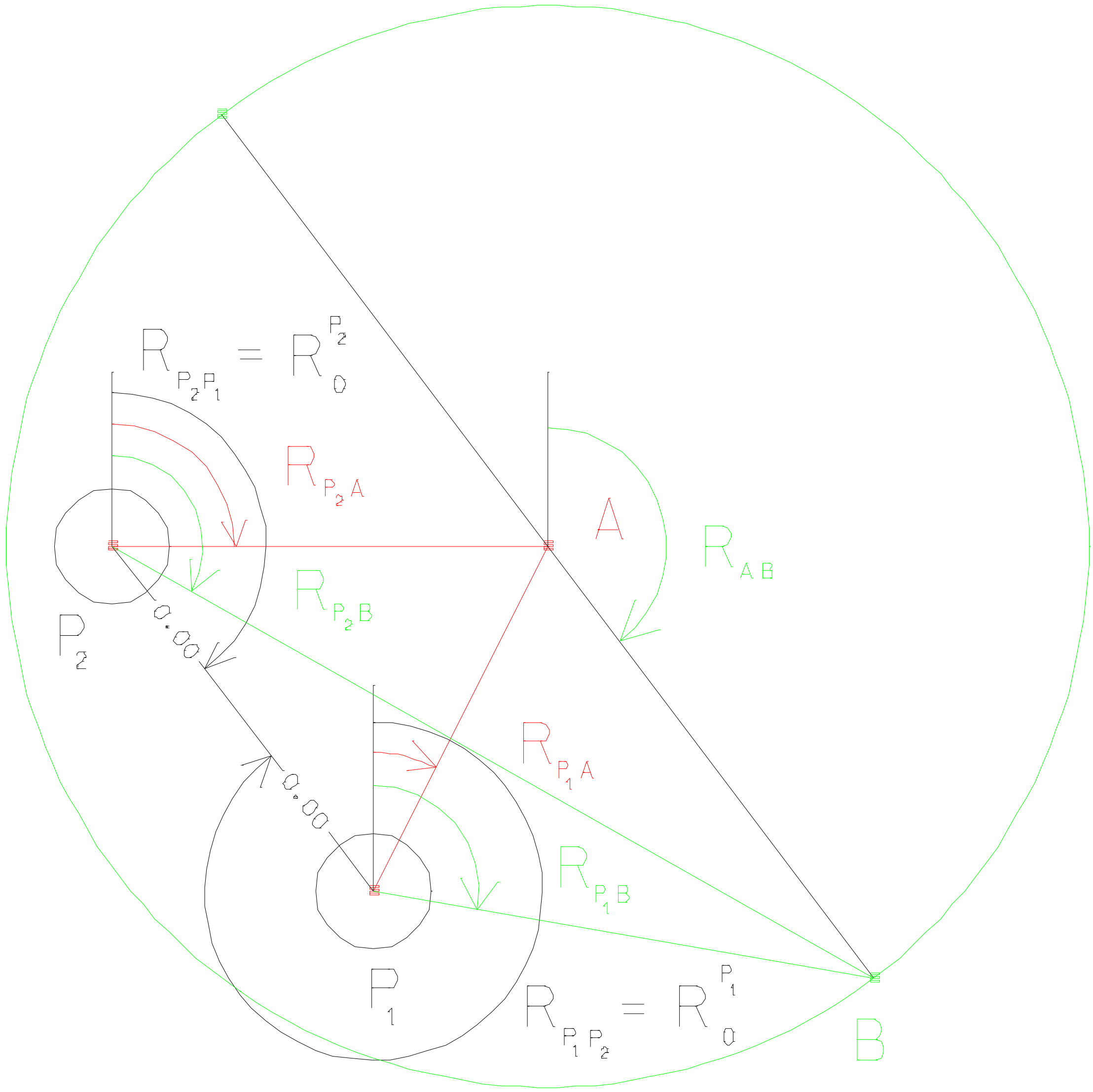
$$\sin R = \frac{M_2 - M_1}{d_h} \Rightarrow M_2 - M_1 = d_h \sin R$$

$$\cos R = \frac{P_2 - P_1}{d_h} \Rightarrow P_2 - P_1 = d_h \cos R$$

$$\begin{cases}
\sigma^2{}_{M_2} = (d_h \cos R)^2\ \sigma_R^2 + \sin^2 R\ \sigma_d^2 = (679.311\times\cos 173^g.9803)^2\times(7.5\pi\times 10^{-6})^2 + (\sin 173^g.9803)^2\times(0.005)^2 \\
\sigma^2{}_{P_2} = (d_h \sin R)^2\ \sigma_R^2 + \cos^2 R\ \sigma_d^2 = (679.311\times\sin 173^g.9803)^2\times(7.5\pi\times 10^{-6})^2 + (\cos 173^g.9803)^2\times(0.005)^2 \\
\sigma_{M_2P_2} = -d_h^2 \sin R \cos R\sigma_R^2 + \sin R\cos R\sigma_d^2 = -679.311^2\times\sin 173^g.9803\times\cos 173^g.9803\times(7.5\pi\times 10^{-6})^2 + \\
\qquad + \sin 173^g.9803\times\cos 173^g.9803\times(0.005)^2
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
\sigma_{M_2} = 0.015\ \text{m} \\
\sigma_{P_2} = 0.008\ \text{m} \\
\sigma_{M_2P_2} = 8\times 10^{-5}\ \text{m}^2
\end{cases}$$

3.



a) $R_0^{P_1} = R_{P_1P_2} = a\tan\dfrac{M_{P_2}-M_{P_1}}{P_{P_2}-P_{P_1}} = a\tan\dfrac{-180.32+132.10}{268.26-204.53} = a\tan\dfrac{-48.22}{63.73} = 358^g.7642$

$R_0^{P_2} = R_0^{P_1} - 200^g = 158^g.7642$

b)

<u>Leituras azimutais em P_1 e P_2 para o ponto A:</u>

$L_{P_1A}^{az} = 400^g - R_{P_1P_2} + R_{P_1A} = 400^g - 358^g.7642 + a\tan\dfrac{M_A - M_{P_1}}{P_A - P_{P_1}} = 41^g.2358 + a\tan\dfrac{-99.85+132.10}{268.26-204.53} =$

$= 41^g.2358 + 29^g.8237 = 71^g.0595$

$L_{P_2A}^{az} = R_{P_2P_1} - 100^g = 58^g.7642$

Leituras azimutais em P_1 e P_2 para o ponto B:

Cálculo das coordenadas do ponto B:

i) equação da circunferência de raio R=100.00 m centrada no ponto A (o ponto B está sobre esta circunferência):

$$(M_B - M_A)^2 + (P_B - P_A)^2 = R^2$$

ii) equação da recta que contém os pontos P_1 e P_2:

$$y = ax + b$$

$$a = \tan i = \frac{P_{P_2} - P_{P_1}}{M_{P_2} - M_{P_2}} = \frac{268.26 - 204.53}{-180.32 + 132.10} = \frac{63.73}{-48.22} = -1.321651$$

no ponto P_1 tem-se: $204.53 = -1.321651 \times (-132.10) + b \Rightarrow b = 29.939903$, donde,

$y = -1.321651\ \ x + 29.939903$ ou $P = -1.321651\ \ M + 29.939903$

iii) recta que contém o ponto A e é paralela à recta que contém os pontos P_1 e P_2 (o parâmetro a é igual a ambas as rectas pois elas têm a mesma inclinação (são paralelas):

no ponto A tem-se: $268.26 = -1.321651 \times (-99.85) + b' \Rightarrow b' = 136.293148$, donde

$y = -1.321651\ \ x + 136.293148$ ou $P = -1.321651\ \ M + 136.293148$

iv) as coordenadas do ponto B têm que verificar o sistema de equações:

$$\begin{cases} (M_B - M_A)^2 + (P_B - P_A)^2 = R^2 \\ P_B = -1.321651\ \ M_B + 136.293148 \end{cases}$$

ou

$$(M_B - M_A)^2 + (-1.321651\ \ M_B + 136.293148 - P_A)^2 = R^2$$

$$(M_B + 99.85)^2 + (-1.321651\ \ M_B - 131.966852)^2 = 100^2$$

$$M_B^2 + 99.85^2 + 2 \times 99.85 \times M_B + 1.321651^2\ \ M_B^2 + 131.966852^2 + 2 \times 131.966852 \times 1.321651 \times M_B = 10000$$

$$2.746761\, M_B^2 + 548.528244\ M_B + 17385.272527 = 0$$

$$M_B = \frac{-548.528244 \pm 331.467162}{5.493522} = \begin{cases} -39.51\ \text{m} \\ -160.19\ \text{m} \end{cases}$$

Das 2 soluções possíveis, tem-se pela figura que $M_B = -39.51\ \text{m}$, pelo que

$$P_B = -1.321651 \times (-39.51) + 136.293148 = 188.51\ \text{m}\ .$$

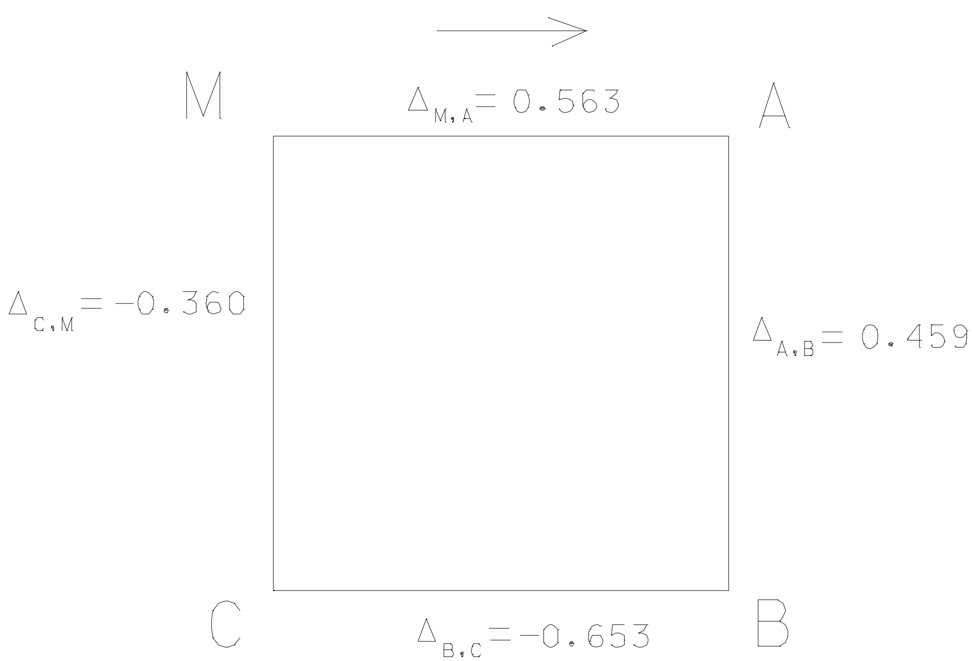
Tem-se, finalmente,

$$L^{az}_{P_1 B} = 400^g - R_{P_1 P_2} + R_{P_1 B} = 400^g - 358^g.7642 + a\tan\frac{M_B - M_{P_1}}{P_B - P_{P_1}} = 41^g.2358 + a\tan\frac{-39.51 + 132.10}{188.51 - 204.53} =$$
$$= 41^g.2358 + 110^g.9069 = 152^g.1427$$

$$L^{az}_{P_{21} B} = 400^g - R_{P_2 P_1} + R_{P_2 B} = 400^g - 158^g.7642 + a\tan\frac{M_B - M_{P_2}}{P_B - P_{P_2}} = 241^g.2358 + a\tan\frac{-39.51 + 180.32}{188.51 - 268.26} =$$
$$= 241^g.2358 + 132^g.8064 = 374^g.0422$$

4.

Como as distâncias entre miras sucessivas são iguais, os vários desníveis vão ter o mesmo peso, pelo que basta calcular o erro de fecho altimétrico e distribui-lo pelos 4 desníveis observados:



Erro de fecho altimétrico: 0.563+0.459-0.653-0.360=0.009 m

Desníveis ajustados:

$$\overline{\Delta}_{M,A} = 0.563 - \frac{0.009}{4} = 0.561$$

$$\overline{\Delta}_{A,B} = 0.459 - \frac{0.009}{4} = 0.457$$

$$\overline{\Delta}_{B,C} = -0.653 - \frac{0.009}{4} = -0.655$$

$$\overline{\Delta}_{C,M} = -0.360 - \frac{0.009}{4} = -0.362$$