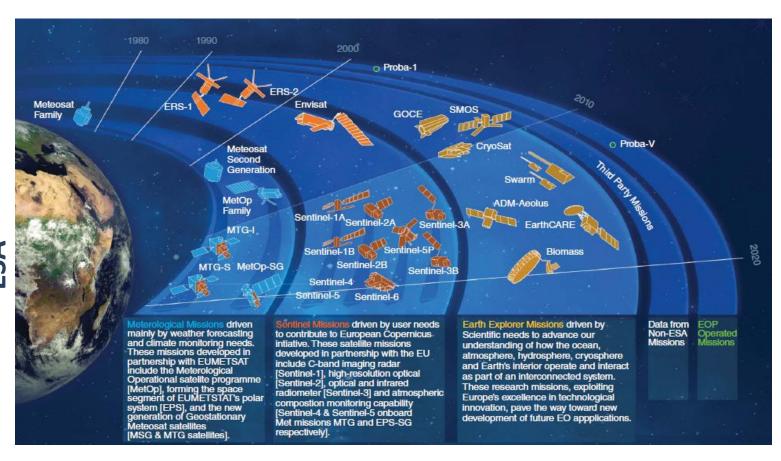


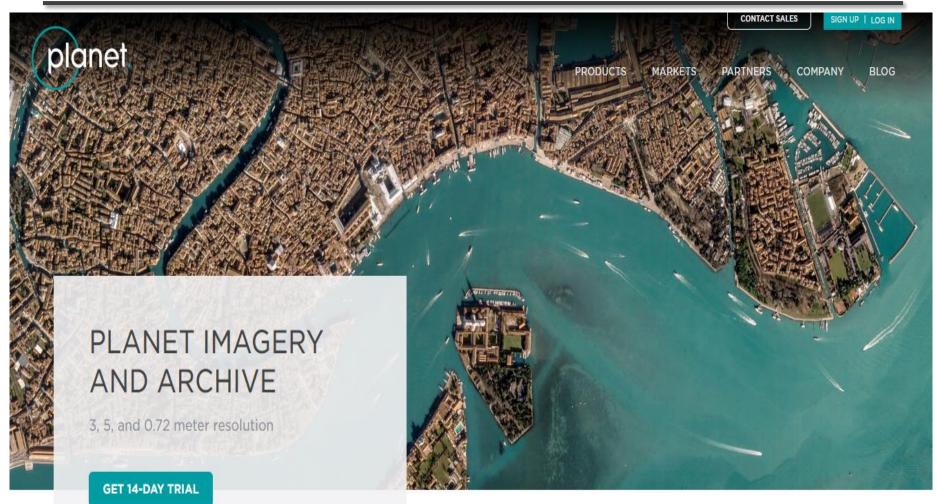
PRINCIPIOS E APLICAÇÕES DA DETECÇÃO REMOTA













planet.

PRODUCTS

MARKETS

PARTNERS

COMPANY

BLOG

THE ENTIRE EARTH, EVERY DAY

Planet collects and delivers information faster than anyone else, so you can see what's happening on the ground in near real-time.

Our constellations

Planet operates 130+ Doves, 13 SkySats and 5
RapidEye satellites that provide a versatile dataset
for geospatial analysis of markets, environments
and global change. With an industry-leading
combination of coverage and cadence, Planet
delivers Earth imaging data at unprecedented
scale.



Planet's constellation of satellites orbit the poles every 90 minutes, capturing the entire Earth's landmass every day.



planet embination of coverage and cadence, Planet delivers Earth imaging data at unprecedented

CONTACT SALES

SIGN UP | LOG IN

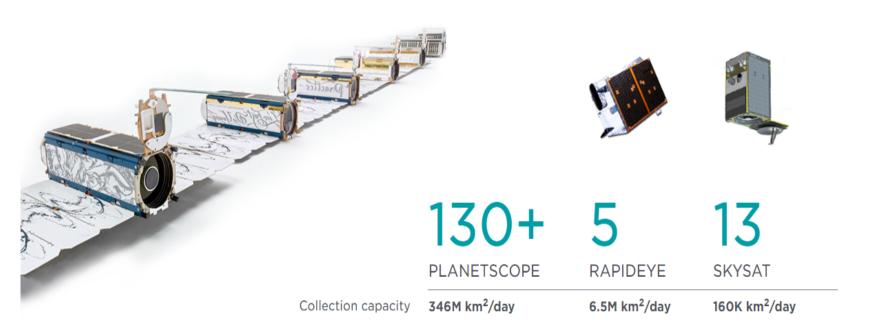
PRODUCTS

MARKETS

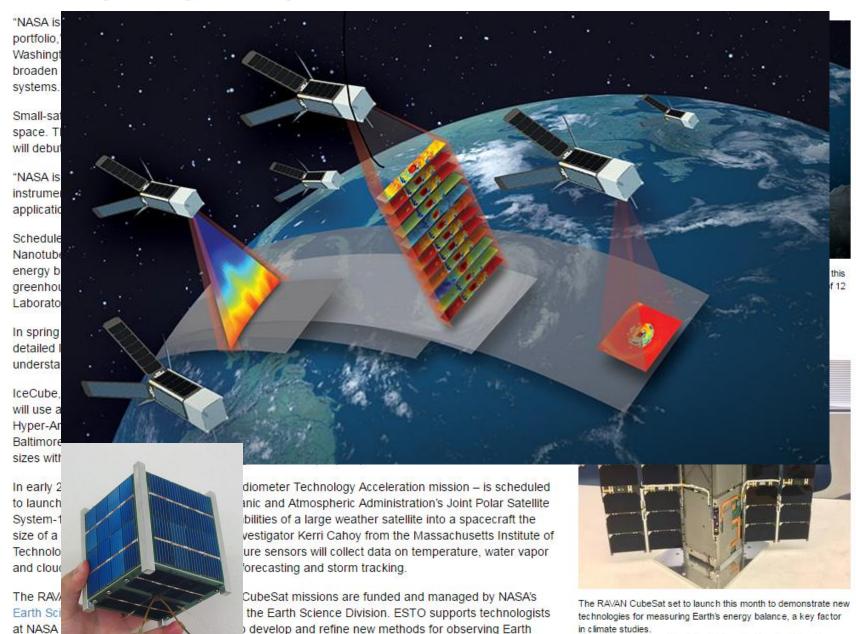
PARTNERS

COMPANY

BLOG



These small satellites range in size from a loaf of bread to a small washing machine and weigh from a few to 400 pounds. Their small size keeps development and launch costs down as they often hitch a ride to space as a "secondary payload" on another mission's rocket – providing an economical avenue for testing new technologies and conducting science.



ew components and instruments.

Credits: The Johns Hopkins University Applied Physics

Laboratore



Bijagós - Guiné

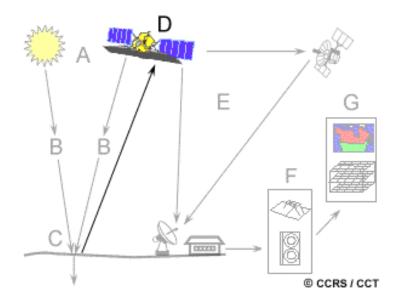




Capitulo 3 – Órbitas

- □ Órbitas e Swaths
- ☐ Generalidades sobre movimento
- ☐ As leis de Kepler
- Lei da atracção Universal
- Estudo do movimento do corpo
- ☐ Equação do movimento no plano
- Estudo do movimento na órbita
- Os parâmetros da órbita
- Perturbação da órbita
- ☐ Órbitas usadas para observação da Terra (Geoestacionárias e hélio-síncronas)
- □ Determinação dos parâmetros orbitais





No capítulo anterior vimos:

Fisica da DR

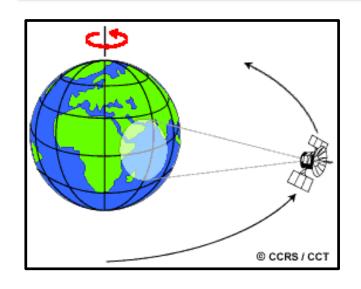
Radiação

Neste capítulo, vamos estudar as componentes relacionadas com:

Órbitas dos satélites



Órbitas e Swaths



O percurso de um satélite no espaço é referido por **órbita**.

As órbitas são escolhidas em função dos objectivos da missão e pode variar a inclinação da órbita, a altitude da órbita, o período da órbita, etc..

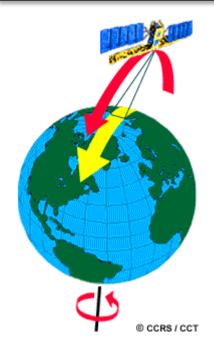
Os satélites a elevadas altitudes, com capacidade para ver a todo o instante a mesma porção da Terra têm **órbitas geoestacionárias.**

Estes satélites têm altitudes de cerca de 36000km e rodam à mesma velocidade da Terra de modo que estão parados relativamente à Terra.

Meteorologia e comunicações



Orbitas e Swaths



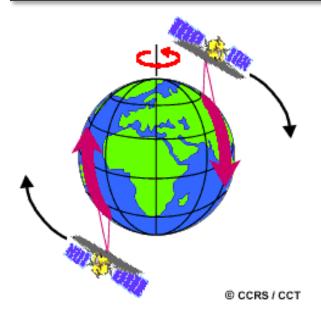
Outras plataformas são desenhadas para seguirem uma órbita norte-sul que em conjunção com a rotação da Terra oeste-este permite a cobertura da totalidade da Terra num determinado período de tempo.

Estas órbitas são **quase-polares** e muitas são **hélio-síncronas**. Neste caso a sua passagem num determinado local é efectuado sempre à mesma hora solar.

Em qualquer latitude, a posição do Sol no instante de passagem do satélite é sempre a mesma. Isto assegura condições de iluminação consistentes em anos sucessivos.



Orbitas e Swaths



As missões de observação da Terra são essencialmente quase polares, o que quer dizer que o satélite viaja para norte num lado da Terra e para sul no outro lado da Terra.

A estes percursos designamos por:

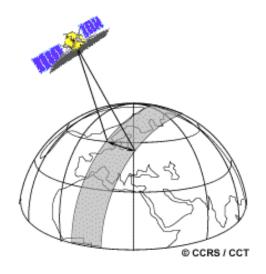
Passagem ascendente (para norte)

Passagem descendente (para sul)

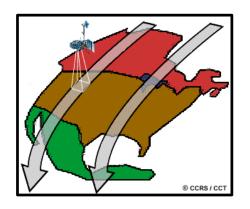
Se a órbita for hélio-síncrona a passagem descendente é feita de dia e a passagem ascendente é feita de noite.



Orbitas e Swaths



No seu percurso em torno da Terra o satélite vê uma certa porção da Terra. A área coberta pelo sensor é referida por: **SWATH**.



Com inicio num qualquer traço, um ciclo orbital é concluído quando o satélite passa exactamente no mesmo traço, no mesmo ponto nadiral.

O <u>ciclo orbital</u> não é o mesmo que <u>período de revisita</u> por causa das visadas off-nadir.

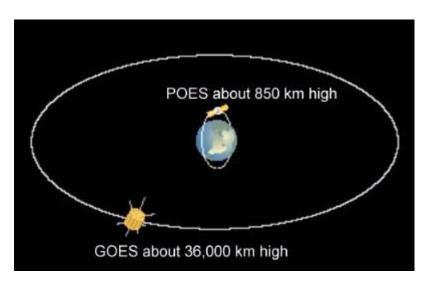


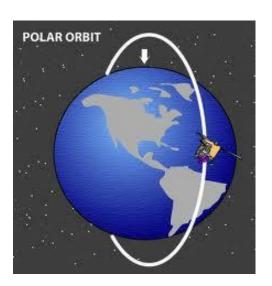
Generalidade sobre o movimento

O estudo do movimento de um corpo rígido pode ser feito separando o movimento em torno do centro de massa desse corpo e o movimento do centro de massa.



A trajectória percorrida pelo centro de massa é a **órbita** do satélite



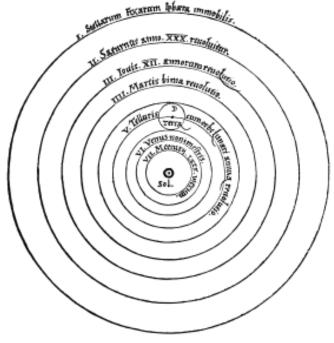




Teoria Heliocêntrica

Copernicus (1473-1543)

A publicação do livro *De revolutionibus* orbium coelestium (On the Revolutions of the Celestial Spheres), antes da sua morte em 1543, é um dos maiores eventos da história da ciência



O seu grande sucessor foi Tycho Brahe (embora não pensasse que a Terra orbitasse o Sol), seguido de Johannes Kepler que trabalhou como assistente de Tycho em Praga.



As Leis de Kepler

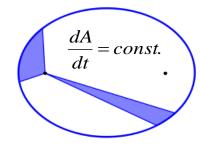
Johannes Kepler (1571-1630) com base nas observações de Tycho Brahe (1546-1601) formulou as seguintes 3 leis:

1ª lei

A trajectória de cada planeta, relativamente ao Sol, existe num plano fixo que contém o Sol. Mais concretamente, é uma elipse, fixa no espaço, e da qual o Sol ocupa um dos focos.

2ª lei

O vector que liga o Sol a cada planeta varre áreas iguais em tempos iguais



3ª lei

Os quadrados dos períodos orbitais dos diversos planetas são proporcionais aos cubos das respectivas distâncias médias ao Sol.



As Leis de Kepler

Vénus

9

When we compare the orbits of the planets...

Saturno η

Planet	T(yrs)	R(au)	T ²	R ³
Venus	0.62	0.72	0.38	0.37
Earth	1.00	1.00	1.00	1.00
Mars	1.88	1.52	3.53	3.51
Jupiter	11.86	5.20	141	141

We find that T² and R³ are essentially equal.



Lei da atracção Universal

Foi com base nestas 3 leis de enunciado tão simples que Isaac Newton (1642-1727) conseguiu deduzir o principio da atracção Universal.

"Matéria atrai matéria na razão directa das massas e inversa do quadrado da distância"

A sua formulação matemática é:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad \qquad X = -G \frac{(x - \xi)}{r^3} //$$

Em que:

G é a constante de gravitação universal tem as dimensões $L^3M^{-1}T^{-2}$ e tem o valor de 6.67300 × 10^{-11} m³ kg⁻¹ s⁻² ($GM = 3986005 \cdot 10^8$ m³s⁻² de acordo com o GRS80). m₁ é a massa do corpo atraído e m₂ a massa do corpo atraente e r a distância entre os dois centros de massa.



Estudo do movimento do corpo

Como o movimento é plano (de acordo com a 1ª lei de Kepler) podemos reduzir o problema a esse plano, fazendo-o coincidir com o plano xoy, donde resulta a equação do movimento:

$$// m_1 \ddot{x}_1 = -G \frac{m_1(m_1 + m_2)}{r^3} x_1$$

$$F = m\ddot{x}$$

Movimento do ponto P1 em torno de P2 (ponto P1 atraído por P2)

E as duas equações do movimento no plano:

$$\begin{cases} m \ddot{x} = -G \frac{m\mu}{r^3} x & \text{Em que:} \\ m \ddot{y} = -G \frac{m\mu}{r^3} y & m = m_1 \end{cases}$$



Estudo do movimento do corpo

Como o movimento é plano (z=0), dos integrais das áreas subsiste apenas:

$$m(x\dot{y} - \dot{x}y) = c$$

Eq. 1

Integrais das áreas

$$\sum_{k} m_k (y_k \dot{z}_k - z_k \dot{y}_k) = c_7$$

$$\sum_{k} m_k (z_k \dot{x}_k - x_k \dot{z}_k) = c_8$$

$$\sum_{k} m_k (x_k \dot{y}_k - y_k \dot{x}_k) = c_9$$

Integrais dos centros de massa

$$\sum_{i} m_{i} \dot{x}_{i} = c_{1}$$

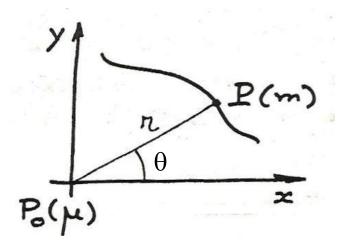
$$\sum_{i} m_i x_i = c_1 t + c_4$$

Integral de Energia

$$T + U = h = C_{10}$$



Consideremos o plano orbital e tomemos um sistema de coordenadas polares (r, θ) .



De: $\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ vem que:

$$\dot{\theta} = \frac{\frac{x\dot{y} - \dot{x}y}{x^2}}{1 + \frac{y^2}{x^2}} = \frac{x\dot{y} - \dot{x}y}{r^2}$$

E usando a equação 1, obtemos: $mr^2\dot{\theta} = c$

ou

$$r^2\dot{\theta}=c$$

Uma das equações do movimento. c é a constante das áreas



Como a órbita é uma cónica, a distância do satélite ao centro de massa do corpo atraente é dada pela equação geral de uma cónica em coordenadas polares, referida a um dos seus focos

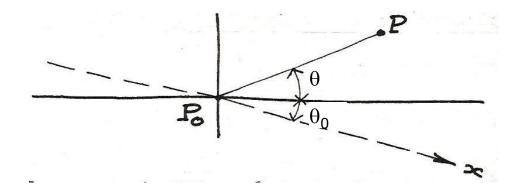
$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varpi}$$

Onde ${\bf p}$ é um parâmetro, ${\bf e}$ a excentricidade e ${\bf \omega}$ a anomalia verdadeira.

$$p=rac{c^2}{G\mu}$$
 $e=rac{Ac^2}{G\mu}$ $arpi=\theta+ heta_0$ (Equação 4)



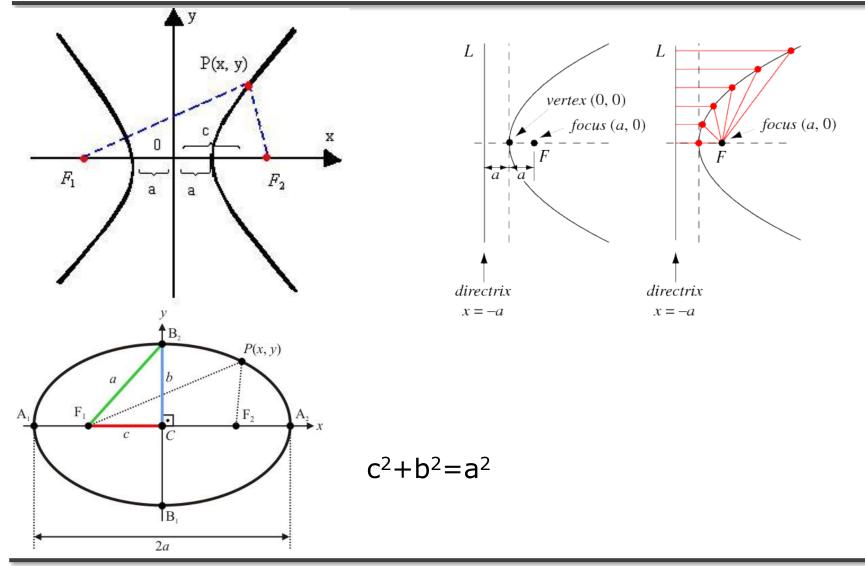
A constante θ_0 representa o desfasamento, contado negativamente, do eixo maior da cónica a partir do eixo de que se começam a contar os ângulos .



A natureza da cónica depende do valor da excentricidade:

Para	e < 1	é uma elipse	Ac^2
Para	e = 1	é uma parábola	$e = \frac{1}{G\mu}$
Para	e > 1	é uma hipérbole	$G\mu$
Para	e = 0	é uma circunferencia	







Consideremos h a energia total do sistema. Sabemos que:

$$h = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{m\mu}{r}$$

Escrevendo esta equação em coordenadas polares e considerando que $r^2\dot{\theta} = c$ obtemos:

$$e^2 - 1 = \frac{2p}{G\mu m}h$$

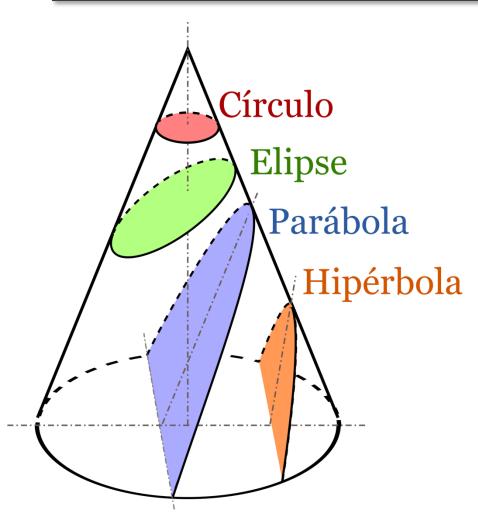
(Equação 2)

Para
$$e < 1$$
 $h < 0$

Para
$$e = 1$$
 $h = 0$

Para
$$e > 1$$
 $h > 0$





Se a energia mecânica é negativa, o objecto está confinado ao sistema, e por isso descreve uma trajetória fechada, uma órbita circular ou elíptica.

Se a energia mecânica do objecto for nula ou positiva, este não está confinado ao sistema: a trajetória não é fechada, e o objecto escapa do sistema Solar.

Se a energia mecânica é maior do que zero, o objecto tem uma trajetória hiperbólica



Usualmente não se usa o parâmetro p, mas outras grandezas, respectivamente o semieixo maior **a**, do movimento elíptico, a distancia periástrica **q**, no caso parabólico, e o semieixo transverso **a** no caso hiperbólico.

Neste caso:

$$p = a(1-e^2)$$
 $p = 2q$ $p = a(e^2-1)$

E nesse caso, usando a equação 2, obtemos

$$(e^2 - 1 = \frac{2p}{Gum}h)$$

$$a=-rac{G\mu m}{2h}$$
 $q=rac{c^2}{2G\mu}$ $a=rac{G\mu m}{2h}$ (Equação 3)



Sabendo que
$$\frac{dA}{dt} = \frac{c}{2}$$
 \Rightarrow $c = 2\frac{dA}{dt}$

Por integração, obtemos: $c(t-t_0) = 2A$

Que nos dá a área descrita num dado intervalo de tempo conhecida a constante das áreas.

Se for T o período do movimento : $cT = 2(ab\pi)$

Mas como:
$$c = \sqrt{G\mu p} = \sqrt{G\mu a(1-e^2)}$$

Então:
$$T = \frac{2\pi ab}{c} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{G\mu a(1 - e^2)}} = 2\pi \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{G\mu}}$$
 O período depende apenas d

O período apenas de a



Reescrito de outra forma: $\frac{a^3}{T^2} = \frac{G\mu}{4\pi^2}$ 3ª lei de Kepler

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G\mu}{4\pi^2}$$

(A razão entre o cubo do semieixo maior e o quadrado do período de revolução é constante em todos os planetas)

Isto só é verdade se μ for constante. No caso de dois corpos o valor de μ é a soma da massa dos dois corpos.

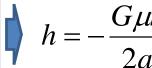
No caso da Terra e de um satélite a expressão anterior fica:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(m_T + m_S)}{4\pi^2}$$



Estudo da função v= v(r)

Se usarmos a expressão anterior (eq. 3) que nos diz que a energia do movimento elíptico é



Então
$$T + U = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{m\mu}{r} = -\frac{G\mu m}{2a_1}$$

Donde:
$$v^2 = G\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a_1}\right)$$

Importante relação que nos dá a velocidade conhecido o raio vector **r** e conhecido **a**.

$$a_1 = a$$

$$v^2 < 2G\mu/r$$

$$a_1 = \infty$$

$$v^2 = 2G\mu/r$$

$$v^2 > 2G\mu/r$$



Exemplos de aplicação

Se quisermos efectuar o lançamento de um satélite supondo que esse lançamento se efectuaria por um impulso único e que podemos supor a massa da Terra concentrada no centro, desprezando a resistência do ar, etc.., para que o satélite não torne a cair na Terra é necessário que a velocidade de lançamento seja pelo menos igual à velocidade parabólica correspondente ao raio R

$$v = \sqrt{\frac{2G(M_T + m)}{R}} \approx 11.2 km s^{-1}$$

Se desejarmos que o objecto não só escape da atracção terrestre mas saia do próprio sistema solar, teremos que o lançar com uma velocidade parabólica relativa ao Sol e à posição da Terra nesse instante e a velocidade seria 42 km/s



Exemplos de aplicação

Porque a atmosfera anda "agarrada" à Terra?

A conservação da atmosfera faz-se porque a velocidade de escape é consideravelmente maior (11.2 km/s) que a velocidade média das moléculas gasosas da atmosfera.

A velocidade das partículas gasosas pode ser calculada pela expressão:

$$v^2 = 3\Theta T / m$$

Sendo m a massa da molécula, T a temperatura absoluta e Θ a constante de Boltzam.

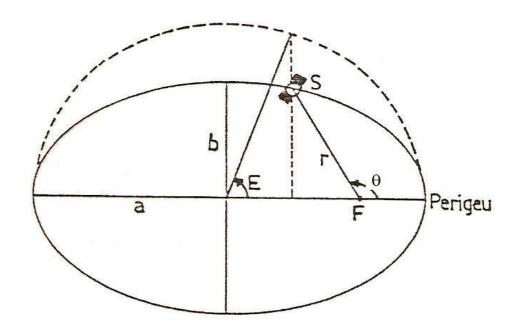
Ora o gás mais leve e consequentemente de maior velocidade, o hidrogénio, tem a velocidade de 2 km/s muito mais baixa que os 11 km/s relativos à Terra.



Estudo do movimento na órbita

Estudemos agora o movimento dum corpo sobre a sua órbita utilizando como ponto de partida o integral das áreas:

$$r^2\dot{\theta} = c$$



Onde θ é a anomalia verdadeira e $r=r(\theta)$ uma função conhecida dessa anomalia.

E = anomalia excêntrica. (ângulo semelhante à latitude reduzida.)

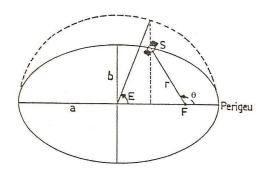


Estudo do movimento na órbita

A expressão de r e θ em função da anomalia excêntrica é:

$$r = a (1 - e \cos E)$$
 $tg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + e}{1 - e}} tg\left(\frac{E}{2}\right)$

Destas deduz-se a equação de Kepler:



$$E - e \sin E = n(t - \tau)$$
 τ - Instante zero

Em que n é o **movimento médio** dado por:

$$n = \sqrt{\frac{G\mu}{a^3}}$$

 $sqrt(m^3s^{-2}/m^3)=s^{-1}$



Estudo do movimento na órbita

No intervalo de tempo $t-t_0$, $n(t-t_0)$ tem as dimensões de um ângulo.

Seria o ângulo percorrido num intervalo de tempo pelo raio vector que rodasse com velocidade angular constante **n**.

Por isso designa-se por anomalia média $M = n(t-t_0)$, e a equação de Kepler é apresentada como:

$$E - e \sin E = M$$

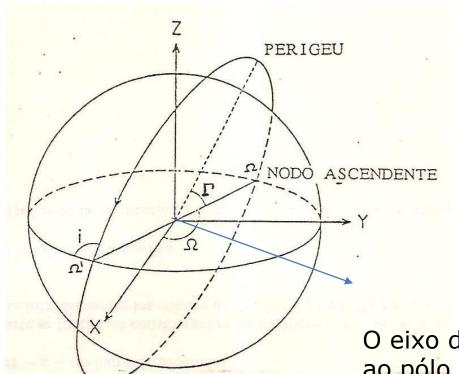
M: varia de 0 a
$$2\pi$$

quando t varia de t_0 a t_0+T sendo T o período do movimento e t_0 o tempo de passagem no perigeu

$$n = \frac{2\pi}{T}$$



Os parâmetros da órbita



Esfera centrada no centro de massa da Terra e com origem neste um referencial cartesiano tri-ortogonal.

O plano XoY é o equador numa dada data e orientase o eixo X para o ponto vernal médio nessa data.

O eixo dos Z é dirigido em direcção ao pólo verdadeiro (CIO).

O plano da órbita intersecta o equador segundo uma linha chamada linha dos nodos $\Omega\Omega'$. Estes dois pontos Ω e Ω' , chamaremos nodo ascendente àquele no qual o satélite passa do hemisfério austral para o boreal.



A posição da órbita no espaço é definida por cinco parâmetros orbitais (a, e, i, Γ , Ω).

Semieixo-maior (a): comprimento do semi-eixo da elipse descrita pelo satélite. Recordemos que na terceira lei de Kepler o semi-eixo maior **a** é função do período T.

Excentricidade (e): para uma órbita elíptica o valor da excentricidade está entre 0 e 1. No perigeu a distância do satélite à Terra é:

$$R_p = a(1-e)$$

e ao apogeu

$$R_a = a(1+e)$$



Inclinação (i): é o ângulo entre a normal à orbita (orientada de maneira a ver dessa normal, o satélite rodar no sentido directo) com a linha dos polos orientada de sul para norte. A inclinação pode tomar os valores no intervalo $[0, \pi]$. Quando $0 < i < \pi /2$ diz-se que **o movimento é directo**, e se $\pi /2 < i < \pi$ **é retrógado.**

Ascensão recta do nodo ascendente (Ω): é o ângulo contado positivamente no sentido directo entre a direcção do ponto vernal (oX) e o nodo ascendente da órbita, podendo ter valores entre [0, π].

Argumento do perigeu (Γ): é o ângulo contado positivamente de 0° a 360° no sentido do movimento do satélite, entre a direcção do nodo ascendente e a direcção do perigeu.



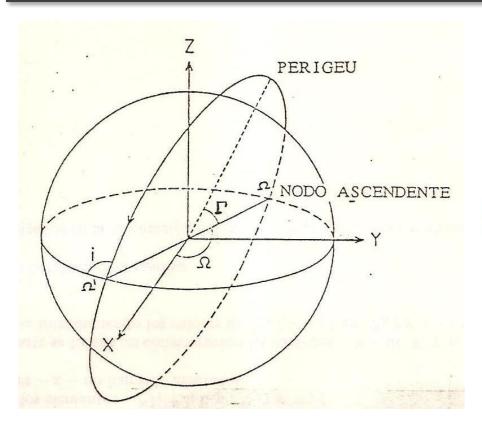
Anomalia verdadeira (θ): é o ângulo contado positivamente no sentido do movimento do satélite entre a direcção do perigeu e a direcção do satélite.

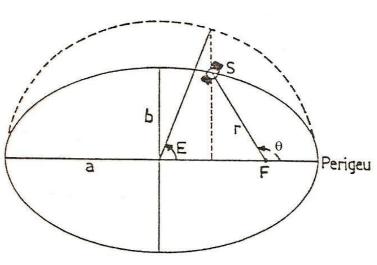
Anomalia Excêntrica (E): é o argumento da imagem do satélite na transformação afim da elipse no seu circulo principal.

Anomalia Média (M): é o ângulo contado positivamente no sentido do movimento do satélite, entre a direcção do perigeu e a direcção do satélite fictício que descreve uma órbita circular do mesmo período que o satélite considerado.

$$M(t) = M(t_0) + n_0(t - t_0)$$







Parâmetros orbitais (a, e, i, Γ , Ω)

Movimento na órbita (E, θ, n, M)



O movimento elíptico tratado até este momento baseia-se na simplificação que:

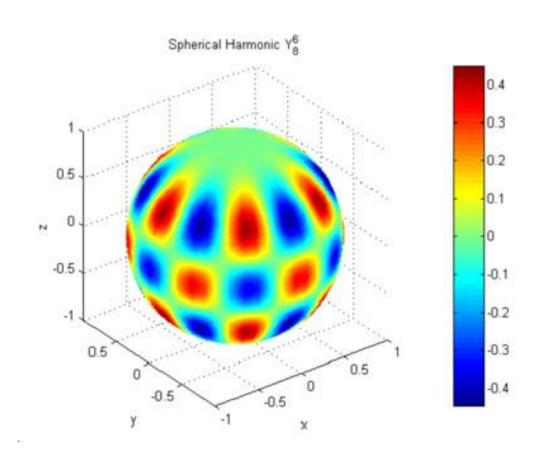
- 1. o campo gravítico da Terra é equivalente ao de um ponto de massa
- 2. a órbita do satélite é controlada exclusivamente por este campo gravítico central.

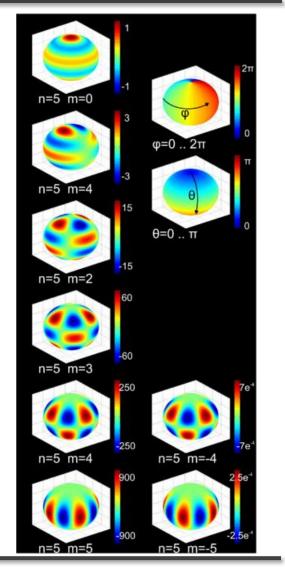
O potencial gravitacional da Terra é representado como uma série de harmónicas esféricas:

$$V(r,\theta,\lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n \left(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda \right) P_{nm}(\cos \theta) \right]$$



Funções harmónicas Esféricas







Para efeitos de estudo da órbita de um satélite é conveniente separar o potencial gravitacional na sua componente central (GM/r) na sua componente perturbadora.

$$V(r,\theta,\lambda) = \frac{GM}{r} + R(r,\theta,\lambda)$$

Em que:

$$R(r,\theta,\lambda) = \frac{GM}{r} \left[\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n \left(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda \right) P_{nm}(\cos \theta) \right]$$

É também frequente a separação entre as harmónicas zonais (independentes da longitude, m=0) e as tesserais que dependem da longitude (m>0).



Listagem dos primeiros termos de C_{nm} e S_{nm}

S_{nm} C_{nm} -0.484165371736E-03 0.00000000000E+00 0.35610635E-10 0.0000000E+00 2 0 -0.186987635955E-09 0.119528012031E-08 0.10000000E-29 0.10000000E-29 1 2 2 0.243914352398E-05 -0.140016683654E-05 0.53739154E-10 0.54353269E-10 3 0 0.957254173792E-06 0.000000000000E+00 0.18094237E-10 0.0000000E+00 1 0.202998882184E-05 0.248513158716E-06 0.13965165E-09 0.13645882E-09 2 0.904627768605E-06 -0.619025944205E-06 0.10962329E-09 0.11182866E-09 0.721072657057E-06 0.141435626958E-05 0.95156281E-10 0.93285090E-10 0 0.539873863789E-06 0.000000000000E+00 0.10423678E-09 0.0000000E+00 -0.536321616971E-06 -0.473440265853E-06 0.85674404E-10 0.82408489E-10 1 2 0.350694105785E-06 0.662671572540E-06 0.16000186E-09 0.16390576E-09 4 3 0.990771803829E-06 -0.200928369177E-06 0.84657802E-10 0.82662506E-10 -0.188560802735E-06 0.308853169333E-06 0.87315359E-10 0.87852819E-10 4 5 0 0.685323475630E-07 0.000000000000E+00 0.54383090E-10 0.0000000E+00 -0.621012128528E-07 -0.944226127525E-07 0.27996887E-09 0.28082882E-09 5 2 0.652438297612E-06 -0.323349612668E-06 0.23747375E-09 0.24356998E-09 0.451955406071E-06 -0.214847190624E-06 0.17111636E-09 0.16810647E-09 -0.295301647654E-06 0.496658876769E-07 0.11981266E-09 0.11849793E-09 0.174971983203E-06 -0.669384278219E-06 0.11642563E-09 0.11590031E-09 5



Depois de algum trabalho de cálculo chegamos às equações que nos dão a variação de cada elemento de Kepler com o tempo (Sunkel, pag.38):

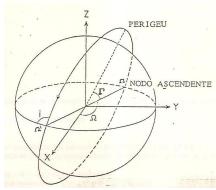
$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial M}$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial M} \qquad \qquad \frac{de}{dt} = \frac{1 - e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial M} - \frac{\sqrt{1 - e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial \omega}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\cos i}{na^2 \sqrt{1 - e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \omega} - \frac{1}{na^2 \sqrt{1 - e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \Omega}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{na^2 \sqrt{1 - e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i}$$

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -\frac{\cos i}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i}\frac{\partial R}{\partial i} + \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e}\frac{\partial R}{\partial e}$$



 $\frac{dM}{dt} = n - \frac{1 - e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a}$



Neste caso consideramos apenas o termo C₂₀ obtemos:

$$R_{20} = \frac{Ga_e^2}{a^3} \left(1 - e^2 \right)^{-3/2} \left(3\sin^2(i/4) - 1/2 \right) C_{20}$$

$$\frac{da}{dt} = 0 \qquad \frac{de}{dt} = 0 \qquad \frac{di}{dt} = 0$$

$$R(r,\theta,\lambda) = \frac{GM}{r} \left[\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n \left(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda \right) P_{nm}(\cos \theta) \right]$$

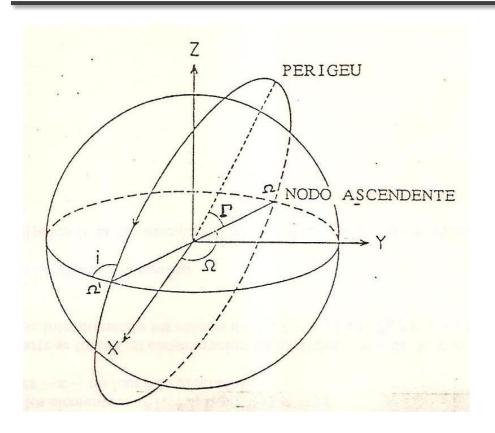
$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{3nC_{20}a_e^2}{4(1-e^2)a^2} \left(1 - 5\cos^2 i\right)$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3nC_{20}a_e^2}{4(1-e^2)^{3/2}a^2} (3\cos^2 i - 1)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3nC_{20}a_e^2}{2(1-e^2)a^2}\cos i$$

a_e é o semieixo maior da Terra





$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3nC_{20}a_e^2}{2(1-e^2)a^2}\cos i$$

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{3nC_{20}a_e^2}{4(1-e^2)a^2} \left(1 - 5\cos^2 i\right)$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3nC_{20}a_e^2}{4(1-e^2)^{3/2}a^2} (3\cos^2 i - 1)$$

Parâmetros orbitais (a, e, i, Γ , Ω)





A principal força perturbadora do movimento do satélite é devida ao termo zonal $J_2=C_{20}$, isto é, devido à forma achatada da Terra.

Este coeficiente é aproximadamente 1000 vezes superior aos outros coeficientes, produzindo uma aceleração perturbadora de cerca de 5x10⁻⁵ ms⁻²

enquanto que os restantes termos do modelo geopotencial contribuem no seu conjunto com uma aceleração perturbadora aproximada de 3x10⁻⁷ ms⁻²



Perturbação devida à acção do ar



Um satélite em órbita terrestre sofre uma acção resistiva do ar, devido à interacção com as partículas da atmosfera envolvente.



Essa força actua no satélite na mesma direcção do seu vector velocidade e em sentido contrário ao movimento.



Para a maioria dos satélites artificiais, a resistência atmosférica modifica a órbita, uma vez que retira a energia ao satélite, provocando variações seculares em a e M que resultam numa contracção da órbita e um movimento em espiral



Diminuição do semieixo maior

A atmosfera induz sobre uma órbita circular uma diminuição continua do semi-eixo maior da órbita:

$$\frac{da}{dt} = -k C_D \frac{S}{m} \rho$$

ρ: densidade da atmosfera

M: massa do satélite $\approx \sqrt{\mu a}$

C_D: coeficiente de "traineé" atmosférico

K: coeficiente de proporcionalidade

S: superfície do satélite perpendicular à velocidade

ρ depende da actividade solar e da actividade geomagnética o que faz com que as variações sejam dificilmente previsíveis.

Para a órbita do SPOT a diminuição do semi-eixo será entre 0.5 a 1.5m por dia. Esta diminuição provoca a modificação do período nodal e consequentemente a longitude de passagem no nodo.



Precessão do nodo ascendente

A ascensão recta do nodo ascendente Ω evolui linearmente com o tempo:

$$\Omega(t) = \Omega(t_0) + \dot{\Omega}(t - t_0)$$
 ; $\dot{\Omega} = \frac{d\Omega}{dt}$ e $\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3nC_{20}a_e^2}{2(1 - e^2)a^2}\cos i$

O movimento de precessão do nodo ascendente aumenta a sua velocidade com a diminuição da inclinação da órbita. Para i= 90º a precessão é nula.

Para uma órbita circular a equação reduz-se a:

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{2} \sqrt{\frac{G\mu}{a^3}} C_{20} \left(\frac{a_e}{a} \right)^2 \cos i = -9.97 \left(\frac{a_e}{a} \right)^{7/2} \cos i$$



Precessão do nodo ascendente



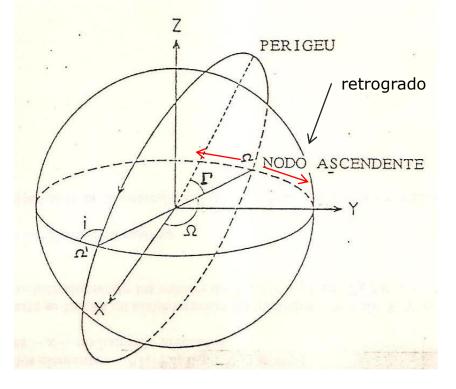
A rotação do nodo ascendente d Ω /dt é retrogrado para as órbitas i < 90° e directo para órbitas com inclinação maior que 90°

$$\frac{d\Omega}{dt} = -9.97 \left(\frac{a_e}{a}\right)^{7/2} \cos i$$

$$i = 90$$
 $\frac{d\Omega}{dt} = 0$

$$i < 90^{\circ}$$
 $\frac{d\Omega}{dt} < 0$

$$i > 90^{\circ}$$
 $\frac{d\Omega}{dt} > 0$





Rotação do Perigeu

O perigeu varia também linearmente com o tempo:

$$\Gamma(t) = \Gamma(t_0) + \dot{\Gamma}(t - t_0) \quad ; \dot{\Gamma} = \frac{d\Gamma}{dt}$$

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{3nC_{20}a_e^2}{4(1-e^2)a^2} \left(1 - 5\cos^2 i\right)$$

Para uma órbita circular a expressão simplifica-se para:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 4.98 \left(\frac{a_e}{a}\right)^{7/2} \left(1 - 5\cos^2 i\right)$$



Rotação do Perigeu

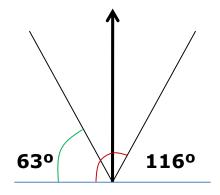
$$\left(\frac{d\Gamma}{dt} = 0 \Rightarrow \left(1 - 5\cos^2 i\right) = 0 \Rightarrow \cos i = \sqrt{1/5}\right)$$



O movimento do perigeu é retrógrado para todas as órbitas com inclinações entre:

$$\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = 63^{\circ}.43 \le i \le 116^{\circ}.57 = 180^{\circ} - \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

e directo para todas as outras.



As inclinações i=63°.43 e i=116°.57 são chamadas criticas porque fazem com que o perigeu oscile em vez de rodar



Modificação do movimento médio

Vimos que a anomalia média no instante t se escrevia:

$$M(t) = M(t_0) + \dot{M}(t - t_0) \quad ; \dot{M} = \frac{dM}{dt} \qquad \frac{dM}{dt} = n + \frac{3nC_{20}a_e^2}{4(1 - e^2)^{3/2}a^2} (3\cos^2 i - 1)$$



O período do satélite, devido à anomalia média é ligeiramente modificada pelo termo C₂₀.

O movimento é mais lento (retardado) para órbitas com inclinação

$$\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 54^{\circ}.74 \le i \le 125^{\circ}.26 = 180^{\circ} - \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

e acelerada para as outras.



A órbita dum satélite de observação da Terra deve apresentar características particulares



regularidade e sincronismo



De modo que as imagens produzidas em diferentes épocas separadas no tempo sejam comparáveis.

Estas características permitem a previsão da passagem do satélite sobre uma zona dada com a possibilidade de definir calendário de passagens simples e universal



Em primeiro lugar

É desejável a obtenção de imagens possuindo as mesmas características seja qual for o lugar observado.

A altitude constante sobre a Terra

Órbita circular

Em segundo lugar

Desejamos obter imagens de todas as regiões da Terra





A Terra roda sobre ela mesma no interior da órbita descrevendo o ponto nadiral sob o satélite um traço sobre a Terra em intervalos regulares.



É importante que o satélite disponha de um ciclo de funcionamento permitindo a observação regular de um mesmo ponto sobre a Terra

De modo a criar este ciclo de observação, é necessário que ao fim de um certo tempo o satélite tenha cumprido um número inteiro de revoluções sobre a sua órbita, e a Terra, um número inteiro de revoluções sobre ela mesma.

> Nestas condições dizemos que a órbita está em fase com a Terra



Existem dois tipos de órbitas que parecem particularmente bem adaptadas ao estudo da Terra:

Órbitas Geoestacionárias

Estes satélites têm por missão o estudo permanente de uma larga zona da superfície terrestre. Apropriado para estudos meteorológicos.

Órbitas de fase Heliosincrona

Missões de observação da Terra.

Têm quatro características:

- 1. Baixa altitude
- Circulares (quase)
- 3. Heliosincronas
- Fase com a Terra



Órbitas de satélites geoestacionários

Um satélite é dito de **geoestacionário** se se mantém na vertical de um ponto fixo. Para que isso aconteça devem ser verificadas três condições:

- 1. O satélite deverá ser síncrono: o período de revolução deverá ser igual ao período de rotação da Terra
- 2. A sua órbita deverá ser circular (e=0)
- 3. A sua órbita deverá ser equatorial (i=0)



Órbitas de satélites geoestacionários

Tendo em conta as perturbações produzidas por J₂, a condição de sincronismo escreve-se para uma órbita circular equatorial:

uatorial:
$$\frac{d\Gamma}{dt} = 4.98 \left(\frac{a_e}{a}\right)^{7/2} (1 - 5\cos^2 i)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -9.97 \left(\frac{a_e}{a}\right)^{7/2} \cos i$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3nC_{20}a_e^2}{4(1 - e^2)^{3/2}a^2} (3\cos^2 i - 1)$$

Em que ω_T é a velocidade angular de rotação da Terra $\omega_T = 360.9856$ graus por dia.

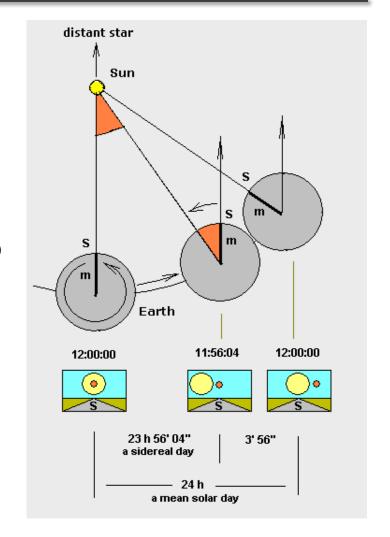
Resolvendo esta equação em ordem ao semi-eixo maior verificamos que o valor \acute{e} : a=42166.260 km



Dia sideral: é o tempo que a Terra demora a dar uma volta sobre ela mesma com referencia ao ponto vernal (23h 56 ' 4.091").

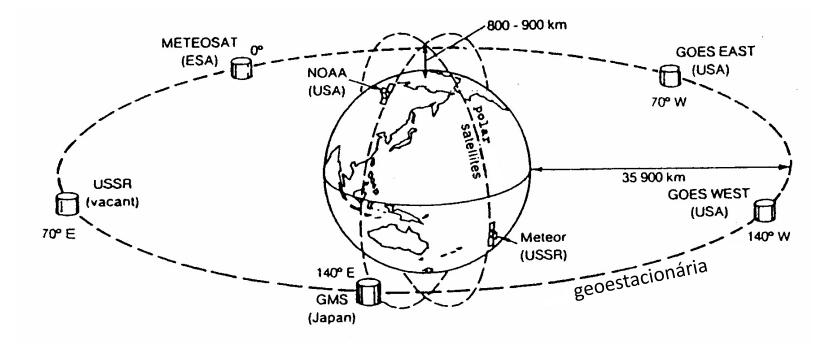
Dia solar: tempo entre duas passagens superiores sucessivas do Sol (no meridiano do lugar)

Como a Terra se desloca no seu movimento de translação a sua posição relativa ao Sol é alterada e a Terra tem de rodar mais um pouco para que o Sol cruze o meridiano do lugar.





Missões Geoestacionárias





Órbita heliosincrona

Uma das condições que deverá ser imposta a qualquer sistema de DR é que:



Seja possível a comparação entre observações dum dado lugar obtidas em datas diferentes.

Horas de observação iguais, ou seja à mesma hora local



A comparação só poderá ser feita se as condições de iluminação solar forem as mesmas

Este efeito é obtido escolhendo uma órbita heliosincrona, ou seja uma órbita em que a linha dos nodos faça exactamente uma volta completa num ano, como a Terra no seu movimento em torno do Sol.



Órbita heliosincrona

Se a velocidade de rotação do nodo ascendente for igual à velocidade média do movimento do Sol em torno da Terra, a geometria Sol-plano da órbita será aproximadamente constante e as condições de iluminação para uma dada latitude dependem unicamente da variação da declinação do Sol com as estações.

Definimos órbita hélio-síncrona uma órbita que verifique a seguinte relação:

$$\dot{\Omega} = w_s$$

Em que w_s é a velocidade de rotação aparente do Sol em torno da Terra (w_s =0.98561228º / dia).

O nodo ascendente tem de rodar mais 0.985 graus por dia para acompanhar a rotação da Terra em 360.985 graus.



Órbitas de fase heliosincrona Órbita heliosincrona

A equação do movimento do nodo ascendente é dada por:

$$\frac{d\Omega}{dt} = -9.97 \left(\frac{a_e}{a}\right)^{7/2} \cos i$$

Forçando a que este movimento seja igual à velocidade aparente do Sol, fica:

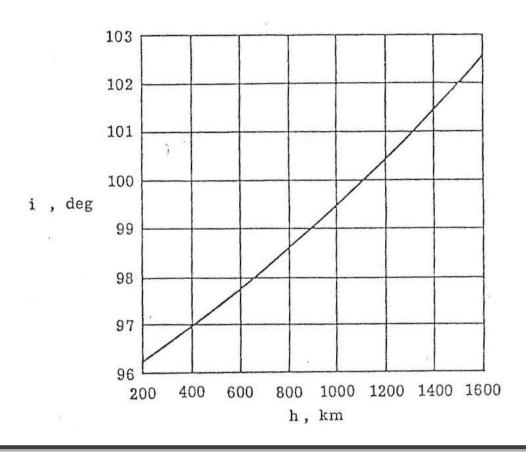
$$-9.97 \left(\frac{a_e}{a}\right)^{7/2} \cos i = 0.9856 \implies \cos i = -0.9856 \left(\frac{a}{a_e}\right)^{7/2} \frac{1}{9.97}$$

Ou seja temos uma relação entre a inclinação da órbita e o semieixo maior da elipse da órbita. O sinal negativo indica que a condição de hélio-sincronismo obriga a que a inclinação seja superior a 90°. A órbita é dita retrógrada.



Órbita heliosincrona

Variação da inclinação da órbita heliosincrona (circular) em função da altitude





Órbita heliosincrona

Definimos hora local H do nodo ascendente duma órbita hélio-síncrona pela equação:

$$H = 12h + \alpha_s^* - \Omega$$

Em que α_s^* é a ascensão recta do Sol fictício sobre o plano equatorial com uma velocidade uniforme w_s tendo numa dada data arbitrária, tomada como origem, a mesma ascensão recta que o Sol verdadeiro.

$$\alpha_S^* = \alpha_S(t_0) + 0.98561228 * (t - t_0)$$

A condição de hélio-sincronismo diz-nos que H é constante.

$$H = 12h + \alpha_S(t_0) + 0.98561228 * (t - t_0) - (\Omega(t_0) + \dot{\Omega}(t - t_0))$$

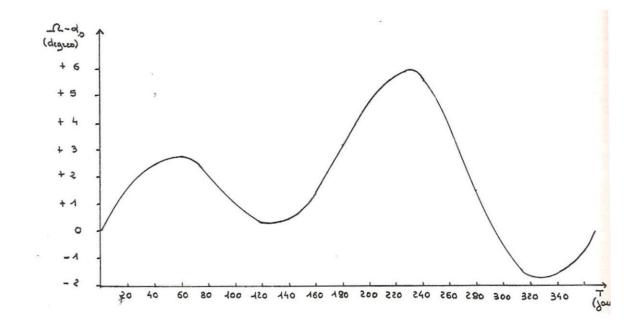


Órbita heliosincrona

Devido às variações da declinação do Sol e das variações da rotação da Terra em torno do Sol o ângulo entre o nodo Ascendente da órbita e o meridiano do Sol não é constante.

Dito de outra forma, a diferença Ω - α_S é variável.

Diferença entre a ascensão recta do nodo ascendente duma órbita héliosíncrona 12h e a ascensão recta do Sol em função do tempo a partir do equinócio da primavera.





Fase com a Terra

As numerosas missões de observação da Terra impõem uma cobertura repetitiva de toda ou parte da Terra com uma periodicidade considerada aceitável.

A noção de cobertura comporta dois aspectos:

1. Constrangimento de cobertura

2. Constrangimento de repetitividade



Fase com a Terra

1. Constrangimento de cobertura

A cobertura numa dada latitude deve ser realizada tendo em conta uma recobertura de longitude fixa das medidas efectuadas a partir de duas órbitas em que o traço sobre a superfície sejam vizinhos. Este constrangimento está ligado à largura do campo de visão: IGOV

2. Constrangimento de repetitividade

As séries de observações de dois ciclos de cobertura devem ser sobrepostos. Isto impõe que periodicamente o satélite passe de novo exactamente sobre o mesmo ponto. O intervalo de tempo entre duas passagens sobre o mesmo ponto é igual à duração do ciclo de cobertura.



Fase com a Terra

Se o constrangimento de repetibilidade é satisfeito, então:

1) Existe um inteiro M tal que:

P = N + M/Q

P: é o número de períodos nodais por dia

Q: é a duração do ciclo de cobertura

N: parte inteira de P

2) Representando por L_j^i a longitude do i-ésimo nodo ascendente do dia j, e tomando convenientemente a origem das longitude $L_0^1=0$ temos que:

$$L_{j}^{1} = \left(\frac{2\pi}{PO}\right) (Q - r_{j}) \quad com \quad r_{j} = j \cdot M \left(m \acute{o} dulo \ Q\right) \quad e \quad r_{j} < Q$$

A sequência de longitudes dos primeiros nodos de cada dia é equivalente à sequência dos resíduos de módulo Q dos Q primeiros múltiplos de M.



Órbitas de fase heliosincrona

Fase com a Terra

3) Por fim temos que, se: $C = \left(\frac{2\pi}{PQ}\right)$

em que C é a distância entre dois nodos contíguos no equador.

A condição de cobertura no equador é escrita:

$$\left(\frac{2\pi}{PQ}\right) \le (1-r)C_P$$

Em que C_p é o campo de visão medido no solo e r é a recobertura imposta. Assim, como Q é fixo obtemos o limite inferior ao valor de P: ou seja o limite superior ao semieixo maior da órbita.

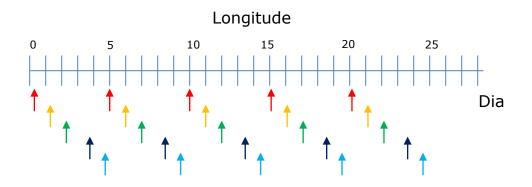


Longitude de traços consecutivos

(programa orbita)

Satélite SPOT P = 14+5/26

dia=1, Longitude= 20.4878 grau dia= 2, Longitude= 15.6098 grau dia=3, Longitude= 10.7317 grau dia= 4, Longitude = 5.8537 grau dia= 5, Longitude= 0.9756 grau dia= 6, Longitude= 21.4634 grau dia= 7, Longitude= 16.5854 grau dia= 8, Longitude= 11.7073 grau dia= 9, Longitude= 6.8293 grau dia= 10, Longitude= 1.9512 grau dia= 11, Longitude= 22.4390 grau dia= 12, Longitude= 17.5610 grau dia= 13, Longitude= 12.6829 grau dia= 14, Longitude= 7.8049 grau dia= 15, Longitude= 2.9268 grau dia= 16, Longitude= 23.4146 grau dia= 17, Longitude= 18.5366 grau dia= 18, Longitude= 13.6585 grau dia= 19, Longitude= 8.7805 grau dia= 20, Longitude= 3.9024 grau dia= 21, Longitude= 24.3902 grau dia= 22, Longitude= 19.5122 grau dia= 23, Longitude= 14.6341 grau dia= 24, Longitude= 9.7561 grau dia= 25, Longitude= 4.8780 grau dia= 26, Longitude= 25.3659 grau dia= 27, Longitude= 20.4878 grau dia= 28, Longitude= 15.6098 grau



Distância entre dois traços consecutivos

$$= 2\pi / P = 25.3659 \text{ grau}$$

360 - (14 * 25.3659) = 4.878 graus



Determinação dos parâmetros orbitais de uma missão de observação da Terra.

Parâmetros Críticos:

Cobertura dos sensores no solo: 117 km Deslocamento oeste da órbita por dia

Constantes utilizadas:

 $G\mu = 3986005x10^8 \text{ m}^3\text{s}^{-2}$ $R_t = 6378155 \text{ m}$ $J_2 = 1082.7\text{e}^{-6}$



Formulário Básico

$$\left(\frac{2\pi}{PO}\right) \le (1-r)C_P \quad \longrightarrow$$

 $PQ > 2\pi/(1-r)C_{P}$

P = N + M/Q

$$T = 24h*3600/P$$

$$\Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{G\mu}{4\pi^2}}T^2$$

$$\cos i = -0.9856 \left(\frac{a}{a_e}\right)^{7/2} \frac{1}{9.97}$$

$$v^2 = G\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a_1}\right)$$



1. Condição de Cobertura

$$\left(\frac{2\pi}{PQ}\right) \le (1-r)C_P$$

$$C_P = 117 \text{ km}$$
; $(1-r) = 0.95$; sobreposição = 5%

$$C_p = 360^{\circ} * 117 \text{ km} / 40073 \text{ km} = 1^{\circ}.051081$$

$$\rightarrow$$
 P.Q \geq 360° / (0.95 * 1°.051081)



 $P.Q \ge 360.6$



2. Condição de Repetitividade

i)
$$P = N + M/Q$$

i)
$$P = N + M/Q$$
 ii) $P.Q = N.Q + M$

- iii) A fracção M/Q determina o padrão de cobertura
- iv) Se M/Q = 0 a órbita é dita ressonante, e os traços são repetidos todos os dias



cobertura

O desenho da missão tem inicio na escolha de:



Altitude da missão (h):

 $400 \text{km} \le h \le 1300 \text{ km}$



 $13 \le P \le 15$

Assumindo N= 14 e sabendo que P.Q ≥ 360.5

então: Q = 25.75 = Q = 26 (numero de dias de um ciclo)

Como P.Q = N.Q + M, então $NQ+ M \ge 360.5$

então M pode ser qualquer inteiro entre 1 e 25

P = 14 + 5/26

Numero de revoluções diárias

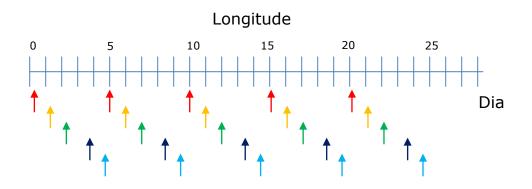


Longitude de traços consecutivos

(programa orbita)

Satélite SPOT P = 14+5/26

dia=1, Longitude= 20.4878 grau dia= 2, Longitude= 15.6098 grau dia=3, Longitude= 10.7317 grau dia= 4, Longitude = 5.8537 grau dia= 5, Longitude= 0.9756 grau dia= 6, Longitude= 21.4634 grau dia= 7, Longitude= 16.5854 grau dia= 8, Longitude= 11.7073 grau dia= 9, Longitude= 6.8293 grau dia= 10, Longitude= 1.9512 grau dia= 11, Longitude= 22.4390 grau dia= 12, Longitude= 17.5610 grau dia= 13, Longitude= 12.6829 grau dia= 14, Longitude= 7.8049 grau dia= 15, Longitude= 2.9268 grau dia= 16, Longitude= 23.4146 grau dia= 17, Longitude= 18.5366 grau dia= 18, Longitude= 13.6585 grau dia= 19, Longitude= 8.7805 grau dia= 20, Longitude= 3.9024 grau dia= 21, Longitude= 24.3902 grau dia= 22, Longitude= 19.5122 grau dia= 23, Longitude= 14.6341 grau dia= 24, Longitude= 9.7561 grau dia= 25, Longitude= 4.8780 grau dia= 26, Longitude= 25.3659 grau dia= 27, Longitude= 20.4878 grau dia= 28, Longitude= 15.6098 grau



Distância entre dois traços consecutivos

$$= 2\pi / P = 25.3659$$
 grau

360 - (14 * 25.3659) = 4.878 graus



3. Período de revolução do satélite

$$T = 1440 \text{ min} / (14 + 5/26) = 101.4 \text{ min}$$

Período = 101.4 min

4. Semi-eixomaior da elipse

$$\frac{a^{3}}{T^{2}} = \frac{G\mu}{4\pi^{2}} \qquad a = \sqrt[3]{\frac{G\mu}{4\pi^{2}}T^{2}}$$

a=7208km; h=830km



5. Condição de heliosincronismo

$$\cos i = -0.9856 \left(\frac{a}{a_e}\right)^{7/2} \frac{1}{9.97}$$

 $i = 98^{\circ}.7$

6. Distância entre traços no equador

distEquador =
$$40073 \text{ km} / 369 \text{ revoluções} = 108.6 \text{ km}$$

(369 = $14*26 + 5$)

7. Distância entre duas passagens sucessivas

Dist =
$$40073 \text{ km} * (360^{\circ}/P) / 360^{\circ} = 2823 \text{ km}$$



8. Velocidade na órbita

$$v^2 = G\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a_1}\right)$$

$$v = 398601 / 7201 = 7.4 \text{ km /s}$$



Características do SPOT e Landsat

	SPOT	LANDSAT
Altitude (km)	830	705
Períodos nodais por dia	14 + 5/26	14 + 9 / 16
Período de cobertura (dias)	26	16
Período orbital (min)	101.4	99
Número de revoluções	369	233
Distância entre traços (km)	108.6	172
Campo visão vertical (km)	117	185
Inclinação da órbita (graus)	98.7	98.2
Hora local de passagem	10:30	9:45
Distancia entre traços (km)	2833.6	2752
Resolução (m)	10-20	30



Características de Missões de EO

Plataformas	Altit.(Kn	n) Veloc.(Km/s)	Período (min)
ERS-2 IRS-1C	785 817	7.46 7.44	100.5 101.2
JERS-1 Landsat 5	569 705	7.58 7.50	96.0 98.9
RADARSAT	703 798	7.45	100.8
SPOT -3	832	7.44	101.5
IKONOS	681	7.51	98.8



Sentinel-1, 12 day repeat cycle, 175 orbits per cycle. H= 693 km

Sentinel-2, 10 day repeat cycle, h=786 km, i=98.62 Swath=290 km 14+3/10 revoluções por dia

Sentinel-1 Satellite Characteristics

Lifetime: 7 years (consumables 12 years) Launcher: Soyuz from Kourou (baseline),

Zenith-2 (backup)

Orbit: near-polar Sun-synchronous 693 km; 12-day repeat cycle; 175 revs

per cycle

Mean Local Solar Time: 18:00 at

ascending node

Orbital period: 98.6 minutes Attitude stabilisation: 3-axis

Attitude accuracy: 0.01 deg (each axis)
Orbit knowledge: 10 m (each axis,

3-sigma) using GPS

Operating autonomy: 96 hours

Launch mass: 2300 kg (including 130 kg

monopropellant fuel)

Size (stowed): 3900 x 2600 x 2500 mm Solar array average power: 4800 W (endof-life); battery capacity: >300 Ah

Spacecraft availability: 0.998

Science data storage capacity: 900 Gb

(end-of-life)

S-band TT&C data rates: 4 kbit/s telecommand; 16/128/512 kbit/s telemetry (programmable)

relemetry (programmable)

X-band science data rate: 600 Mbit/s



Exame 22 junho 2012

Determine dos parâmetros orbitais de uma missão de observação da Terra na qual se pretende:

- i) Cobertura dos sensores no solo: 15.2 km
- ii) Altitude elipsoidal média da órbita : 684 km

Calcule os seguintes parâmetros da órbita:

- Numero de revoluções diárias
- Período de revolução do satélite
- Semi-eixo maior da elipse
- Inclinação da órbita
- Distancia entre duas passagens sucessivas



Exame 22 junho 2012

Assuma as características do satélite da pergunta anterior.

- a) Determine o valor do campo de visão do sensor na posição nadiral (FOV).
- b) Sabendo que o GIFOV na posição nadiral é 0.41m calcule o GIFOV para um ângulo de vista de 30° (off-nadir look angle) .