11.

a) "são procurados pelo menos dois automóveis" $\Leftrightarrow$ {X ≥ 2}

"em 75% dos dias acontece {X ≥ 2}" $\Leftrightarrow$ P(X ≥ 2) = 0.75 $\Leftrightarrow$ P(X < 2) = 0.25 $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ P(X ≤ 1) = 0.25 $\Leftrightarrow$ P(X = 0) + P(X = 1) = 0.25 $\Leftrightarrow$ 1/20 + *a* = 1/4 $\Leftrightarrow$ <u>*a* = 1/5</u>

Como a função dada é uma f.m.p., tem que verificar: $\sum_i P(X = x_i) = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ 1/20 + 1/5 + *b* + 1/3 + 1/4 = 1 $\Leftrightarrow$ <u>*b* = 1/6</u>

b) P(X = 3 | X ≥ 2) = P(X = 3 $\wedge$ X ≥ 2) / P(X ≥ 2) = P(X = 3) / P(X ≥ 2) = (1/3)/0.75 = 4/9

c)

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1/20 & 0 \le x < 1 \\ 1/4 & 1 \le x < 2 \\ 5/12 & 2 \le x < 3 \\ 3/4 & 3 \le x < 4 \\ 1 & x \ge 4 \end{cases}$$

d) f.m.p. de X: $X\begin{cases} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1/20 & 1/5 & 1/6 & 1/3 & 1/4 \end{cases}$

O valor esperado para a procura diária de automóveis é o valor esperado de X.

$E(X) = \sum_i x_i \times P(X = x_i) = 0 \times 1/20 + 1 \times 1/5 + \cdots + 4 \times 1/4 = \underline{38/15}$

O desvio-padrão, σ, é a raiz quadrada, positiva, da variância de X.

$Var(X) = E(X^2) - E^2(X)$; $E(X^2) = \sum_i x_i^2 \times P(X = x_i) = 0^2 \times 1/20 + 1^2 \times 1/5 + \cdots + 4^2 \times 1/4 = 113/15 \Rightarrow$

$\Rightarrow Var(X) = 113/15 - (38/15)^2 = (113 \times 15 - 38^2) / 15^2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{(113 \times 15 - 38^2)/15^2} \approx \underline{1.0562}$

12.

a) Os valores que X assume com probabilidades não nulas correspondem aos pontos de descontinuidade da f.d.. Além disso, $P(X = x) = F(x) - F(x^-)$.

P(X = 1) = 1/6 – 0 = 1/6; P(X = 2) = 1/2 – 1/6 = 1/3; P(X = 3) = 1 – 1/2 = 1/2

f.m.p. de X: $X\begin{cases} 1 & 2 & 3 \\ 1/6 & 1/3 & 1/2 \end{cases}$

b) $P\{1.5 < X \le 3\}$ = F(3) – F(1.5) = 1 – 1/6 = <u>5/6</u>

$P\{1 \le X < 3\}$ = P(X = 1) + P(X = 2) = 1 – P(X = 3) = 1 – 1/2 = <u>1/2</u>

$P\{2 \le X \le 5\} = P\{X \ge 2\} = 1 - P\{X = 1\}$ = 1 – 1/6 = <u>5/6</u>

$P\{X > 2\}$ = P(X = 3) = <u>1/2</u>

13. Como X tem f.d.p., tem-se que: $P(X \in A) = \int_A f(x)dx$, qualquer que seja *A* subconjunto dos reais.

a) $P\{X \le 2/3\} = \int_0^{2/3} 20x^3(1-x)dx = 20\int_0^{2/3} x^3(1-x)dx = 20\left[x^4/4 - x^5/5\right]_0^{2/3} = \underline{112/243}$

$P\{1/2 < X < 3/2\} = 20\left[x^4/4 - x^5/5\right]_{1/2}^{3/2} = \underline{13/16}$

$P\{X \le 2/3 | 1/2 < X < 3/2\} = P\{X \le 2/3 \wedge 1/2 < X < 3/2\} / P\{1/2 < X < 3/2\} =$

$= P\{1/2 < X < 2/3\} / (13/16) = (16/13)\ 20\left[x^4/4 - x^5/5\right]_{1/2}^{2/3} = \underline{1063/3159}$

b) L – v.a. que representa o lucro líquido num litro; L = A1 – B se 1/3 < X < 2/3, o que acontece com probabilidade $P\{1/3 < X < 2/3\} = 20\left[x^4/4 - x^5/5\right]_{1/3}^{2/3} \approx 0.4156$; em caso contrário, ter-se-á L = A2 – B.

f.m.p. de L: $L = \begin{cases} A1 - B & A2 - B \\ 0.4156 & 0.5844 \end{cases}$