

Meteorologia – Séries de exercícios

1º Semestre - 2025/26

3. Processos adiabáticos do ar húmido

Exercício 3.1.

Considere que uma partícula de ar, não saturada, se encontra à superfície (1000 [hPa]) a uma temperatura de 30°C.

- a) Qual a temperatura potencial da partícula?
- b) Imagine ainda que a partícula se desloca adiabaticamente para os 600 [hPa], onde a temperatura vale -11°C. Qual a temperatura potencial?

Solução:

a)

$$\theta = T \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-\frac{R_d}{C_p}} = 303.15 \text{ [K]} \times \left(\frac{100000 \text{ [Pa]}}{100000 \text{ [Pa]}} \right)^{-\frac{287.05 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]}{1005 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]}} = 303.15 \text{ [K]}$$

b) Considerando que a partícula se desloca adiabaticamente, temos que $\theta = \text{const}$, podemos demonstrar:

$$\theta = T \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-\frac{R_d}{C_p}} = 262.15 \text{ [K]} \times \left(\frac{60000 \text{ [Pa]}}{100000 \text{ [Pa]}} \right)^{-\frac{287.05 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]}{1005 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]}} = 303.33 \text{ [K]}$$

verificando-se que os valores são aproximadamente iguais.

Exercício 3.2.

O estado de uma coluna da atmosfera é dado pela sondagem seguinte. Marque no tefigrama e calcule a humidade relativa em cada nível. Utilize também o diagrama de fases para verificar se se obtêm os mesmos resultados.

Pressão [hPa]	T [°C]	T_d [°C]
1000	25	19
800	16	11
600	1	-3

Solução:

Começando com a consulta das tabelas smithsonianas (diagrama de fases), podemos calcular a humidade relativa (RH) a cada nível:

$$RH_{1000} = \frac{e(T_d)}{e^{sat}(T)} = \frac{2195 \text{ [Pa]}}{3165 \text{ [Pa]}} = 69.35\%$$

$$RH_{800} = \frac{e(T_d)}{e^{sat}(T)} = \frac{1311 \text{ [Pa]}}{1816 \text{ [Pa]}} = 72.20\%$$

$$RH_{600} = \frac{e(T_d)}{e^{sat}(T)} = \frac{489 \text{ [Pa]}}{656 \text{ [Pa]}} = 74.54\%$$

Podemos também obter as razões de mistura através do tefigrama: Podemos, agora, retirar aproximadamente os valores das razões de mistura, com e sem saturação, para calcular o RH :

$$RH_{1000} = \frac{r}{r^{sat}} = \frac{14 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-3}} = 70.0\%$$

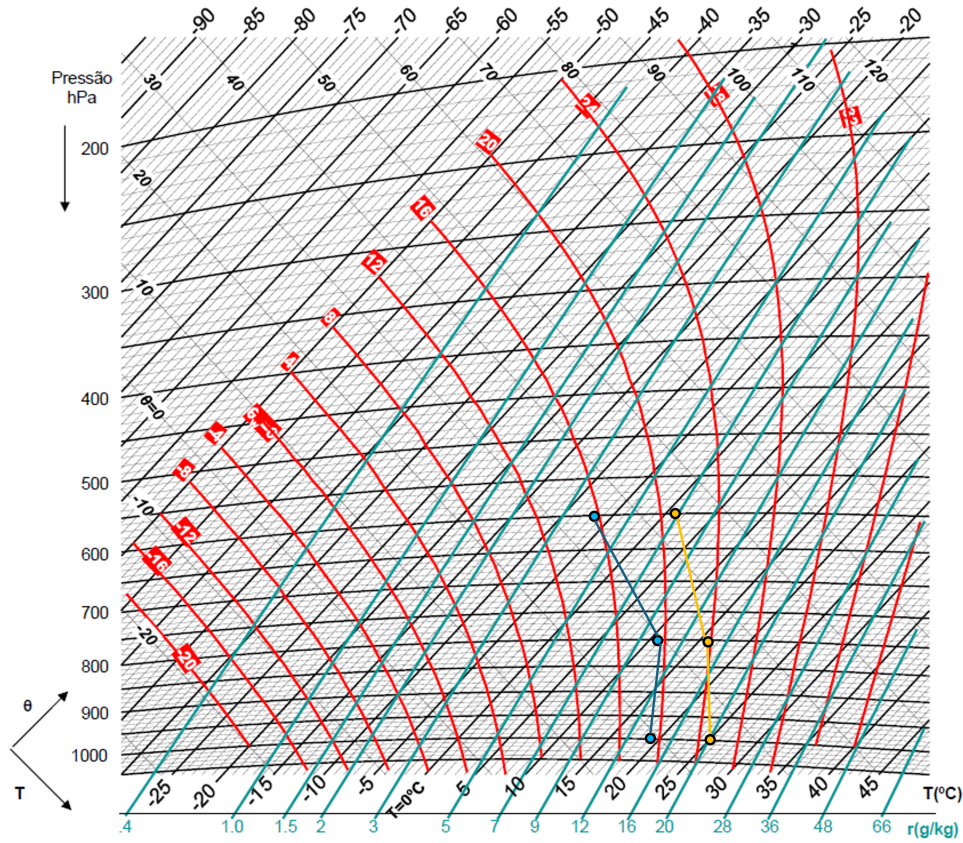


Figure 1: Tefigrama ex2 - Os pontos a amarelo indicam as observações não saturadas e as azuis as saturadas.

$$RH_{800} = \frac{r}{r^{sat}} = \frac{10 \times 10^{-3}}{14 \times 10^{-3}} = 71.43\%$$

$$RH_{600} = \frac{r}{r^{sat}} = \frac{4 \times 10^{-3}}{6.5 \times 10^{-3}} = 61.5\%$$

Exercício 3.3.

Marque as seguintes observações no tefigrama, isto é, os pontos (T, P) e (T_d, P) :

Pressão [hPa]	T [°C]	RH [%]
1000	25	50
800	5	80

Solução:

Começando por calcular as temperaturas do ponto de orvalho, temos as tensões de vapor para cada nível:

$$e_{1000} = e_{1000}^{sat} \times RH = 3165 [Pa] \times 0.5 = 1582.5 [Pa]$$

$$e_{800} = e_{800}^{sat} \times RH = 871 [Pa] \times 0.8 = 696.8 [Pa]$$

Temos, após consulta do diagrama, que $T_{d,1000} = 14^\circ C$ e $T_{d,800} = 2^\circ C$. Podemos então marcar no tefigrama.

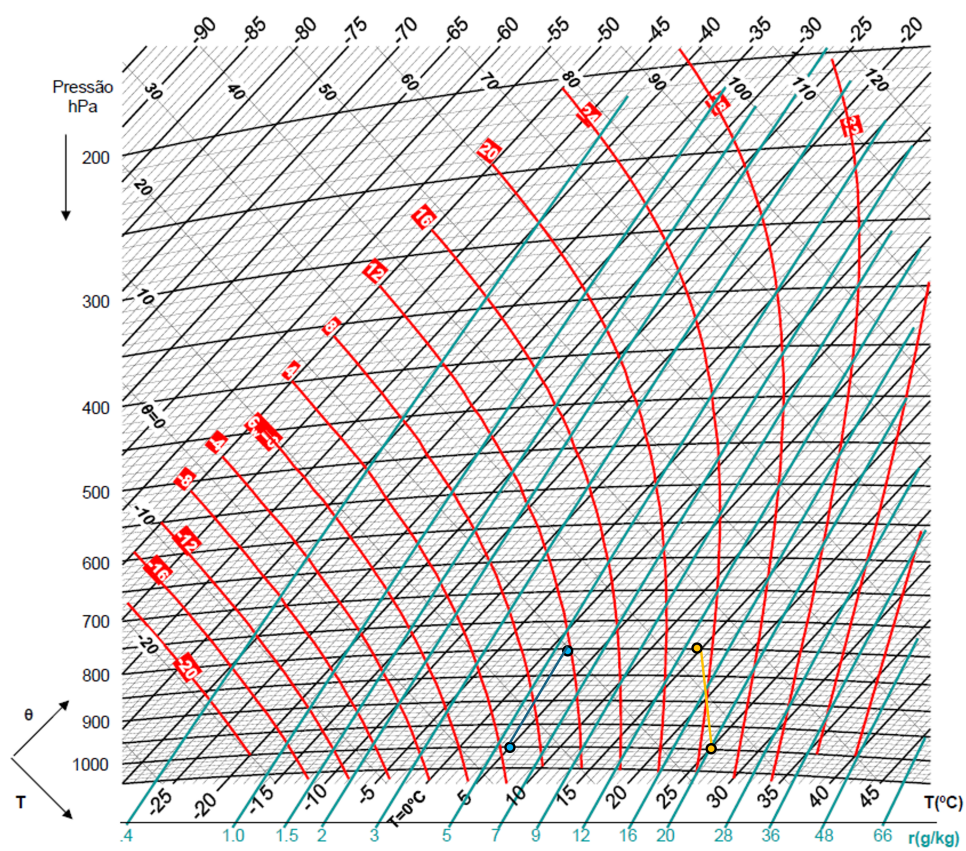


Figure 2: Tefigrama ex3 - Os pontos a amarelo indicam as observações não saturadas e as azuis as saturadas.

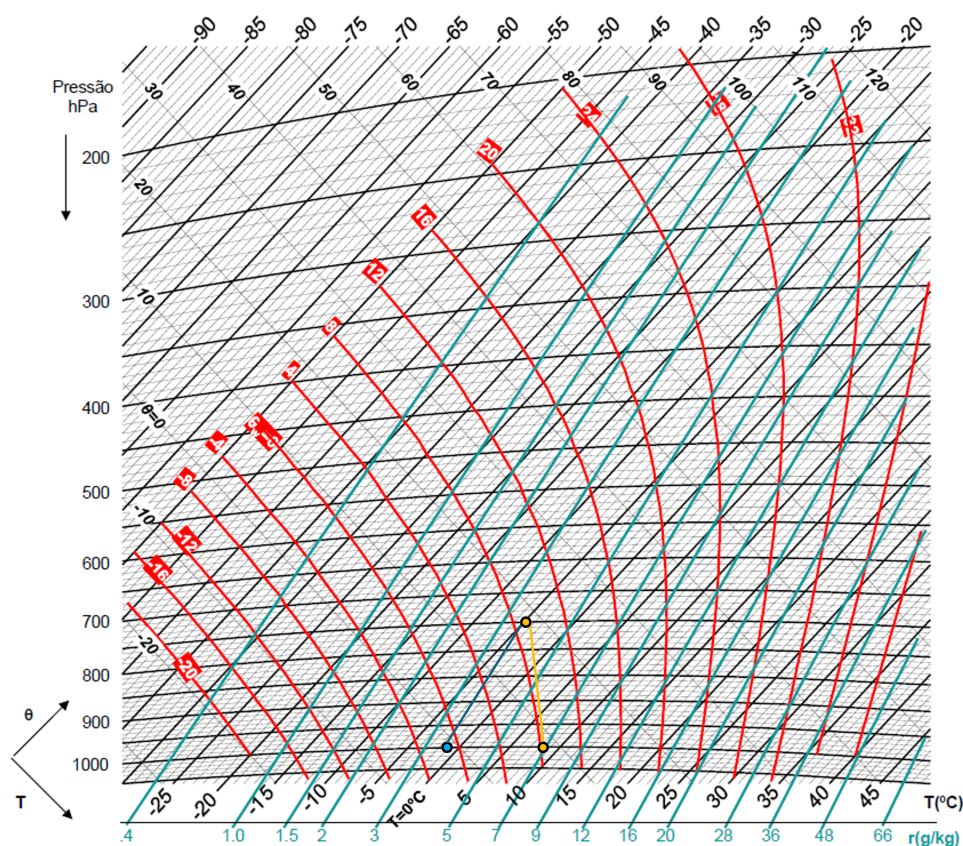


Figure 3: Tefograma ex4 - Os pontos a amarelo indicam as observações não saturadas e as azuis as saturadas.

Exercício 3.4.

Admitindo que a temperatura de uma partícula de ar à superfície é de 9°C e que o nível de condensação se encontra aos 850 [hPa] com uma temperatura de -5°C , determine os valores de pressão, razão de mistura e temperatura do ponto orvalho à superfície.

Solução:

Assumindo a superfície aos 1000 [hPa] , podemos marcar aí o ponto observado, aos 850 [hPa] marcamos o segundo ponto. Deste segundo ponto, conservamos a razão de mistura (r) para obter a temperatura do ponto de orvalho (T_d) à superfície. Marcando tudo isto no tefograma (abaixo), obtemos um $r = 3.5\text{ [g kg}^{-1}\text{]}$ e um $T_d = -2^{\circ}\text{C}$.

Exercício 3.5.

O Gervásio convidou a Hortelinda a passar um fim-de-semana na Serra da Estrela (2000 [m] no topo) para fazer sku na neve. Nesse fim-de-semana, uma massa de ar marítimo, com uma temperatura de 12°C e uma humidade relativa de 80% desloca-se em direção à Serra da Estrela e é obrigada a subir. Tendo em conta que o Gervásio e a Hortelinda encontraram um bom local aos 1500 [m] para a prática da atividade, verifique se quando a massa de ar atinge essa altitude, há condições de visibilidade para a prática de sku ou se correm o risco de ir contra uma árvore. Considere pressão ao nível do mar de 1000 [hPa] .

Dica: Em caso de formação de nuvem, estime a altitude da base da mesma.

Solução:

Inicialmente, temos condições que correspondem a uma temperatura de ponto de orvalho de $T_d = 8.5^{\circ}\text{C}$ ($e = e^{\text{sat}} \times RH = 1401\text{ [Pa]} \times 0.8 = 1120.8\text{ [Pa]}$). Assumindo um processo adiabático na subida da massa de ar podemos consultar o tefograma (consultar abaixo) ou, alternativamente, usar a expressão da

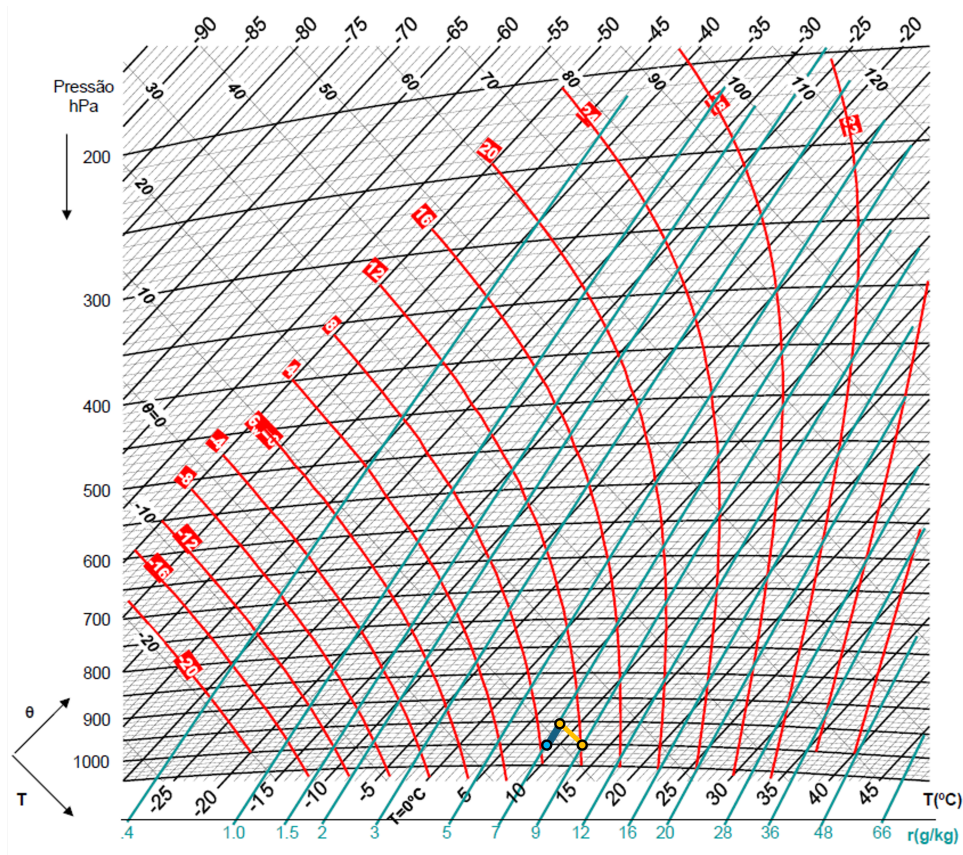


Figure 4: Tefigrama ex5 - Os pontos a amarelo indicam as observações não saturadas e as azuis as saturadas.

temperatura potencial, que é constante neste processo para obter a pressão de condensação:

$$\begin{aligned}
 \theta = T_s \left(\frac{p_s}{p_0} \right)^{-\frac{R_d}{C_p}} &= T_c \left(\frac{p_c}{p_0} \right)^{-\frac{R_d}{C_p}} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow T_s &= T_c \left(\frac{p_c}{p_0} \right)^{-\frac{R_d}{C_p}} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow p_c &= p_0 \left(\frac{T_s}{T_c} \right)^{-\frac{C_p}{R_d}} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow p_c &= 1000 \text{ [hPa]} \left(\frac{12 + 273.15 \text{ [K]}}{8.5 + 273.15 \text{ [K]}} \right)^{-\frac{1005 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]}{287.05 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]}} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow p_c &= 957.68 \text{ [hPa]}
 \end{aligned}$$

Podemos depois usar a fórmula hipsométrica para calcular a altitude à qual se irá formar nuvem:

$$z - z_0 = \frac{R_d \bar{T}_v}{g} \ln \left(\frac{p_0}{p} \right)$$

Para esta expressão é necessário ainda o valor da temperatura virtual média da camada ($\bar{T}_v$). Para o nível superficial temos:

$$\begin{aligned}
 T_{v,1000} &= T_{1000} \left(1 + 0.61r \right) = T \left(1 + 0.61 \frac{\varepsilon_e}{p} \right) \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow T_{v,1000} &= (12 + 273.15) \left(1 + 0.61 \frac{0.622 \times 1120.8 \text{ [Pa]}}{100000 \text{ [Pa]}} \right) \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow T_{v,1000} &= 286.36 \text{ [K]}
 \end{aligned}$$

Para o nível de condensação temos de forma similar:

$$\begin{aligned} T_{v,c} &= T_c(1 + 0.61r) = T(1 + 0.61\frac{\varepsilon e}{p_c}) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow T_{v,c} &= (8.5 + 273.15) \left(1 + 0.61 \frac{0.622 \times 1120.8 [Pa]}{95768 [Pa]} \right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow T_{v,c} &= 282.90 [K] \end{aligned}$$

Temos assim $\overline{T_v} = (286.36 + 282.90)/2 = 284.63 [K]$, podemos finalmente calcular a altitude de condensação:

$$z = \frac{287.05 [J kg^{-1} K^{-1}] \times 284.63 [K]}{9.81 [m s^{-1}]} \ln \left(\frac{1000 [hPa]}{957.68 [hPa]} \right) = 360.14 [m]$$

Assim, a nuvem ir-se-á formar aos 360 [m], pelo que o Gervásio e a Hortelinda terão fraca visibilidade.

Exercício 3.6.

Uma partícula de ar aos 1000 [hPa], com uma temperatura de 20°C e razão de mistura de 8 [g kg⁻¹], inicia uma ascensão adiabática.

a) Estime a temperatura do ponto de orvalho a partir do diagrama de fases e marque o ponto no tefograma.

b) Estime a razão de mistura de saturação da partícula utilizando o diagrama de fases. Marque o ponto (T, p) no tefograma e verifique se obteve a mesma razão de mistura de saturação.

c) A partícula sobe até aos 400 [hPa]. Qual a temperatura e a razão de mistura da partícula nesse estado?

d) Sabendo que a temperatura final após a partícula voltar aos 1000 [hPa] é de 30°C, qual a percentagem de água condensada que precipitou? Qual é a humidade relativa final da partícula?

Solução:

a) De acordo com as tabelas Smithsonianas temos:

$$e = \frac{r p}{\varepsilon} = \frac{8 \times 10^{-3} \times 100000 [Pa]}{0.622} = 1286.17 [Pa]$$

assim, temos $T_d = 10.5^\circ C$.

b) Usando a aproximação:

$$r^{sat} = \frac{\varepsilon e^{sat}}{p} = \frac{0.622 \times 2336 [Pa]}{100000 [Pa]} = 14.53 [g kg^{-1}]$$

c) Marcando todos os pontos no tefograma (abaixo), constatamos que a razão de mistura é aproximadamente 0.7 g kg⁻¹ e a temperatura -33°C.

d) No final, a razão de mistura é aproximadamente 4 [g kg⁻¹], pelo que precipitou aproximadamente metade da quantidade de vapor presente naquela partícula.

Exercício 3.7.

Uma massa de ar marítimo entra de NW no território continental português e chega à encosta da Serra da Estrela, numa zona a cerca de 500 [m] de altitude e pressão 950 [hPa], com 7°C e uma RH de 80%. Essa massa de ar é obrigada a subir adiabaticamente até ao topo (2000 [m], pressão 780 [hPa]) e desce pela encosta SE da Serra até aos mesmos 500 [m].

a) Estime a temperatura no topo da Serra da Estrela.

b) Supondo que 2/3 da água condensada precipitou durante o percurso, estime a temperatura e a humidade relativa da massa de ar quando acaba de descer a encosta SE da Serra. Verifica-se o efeito de Fohn?

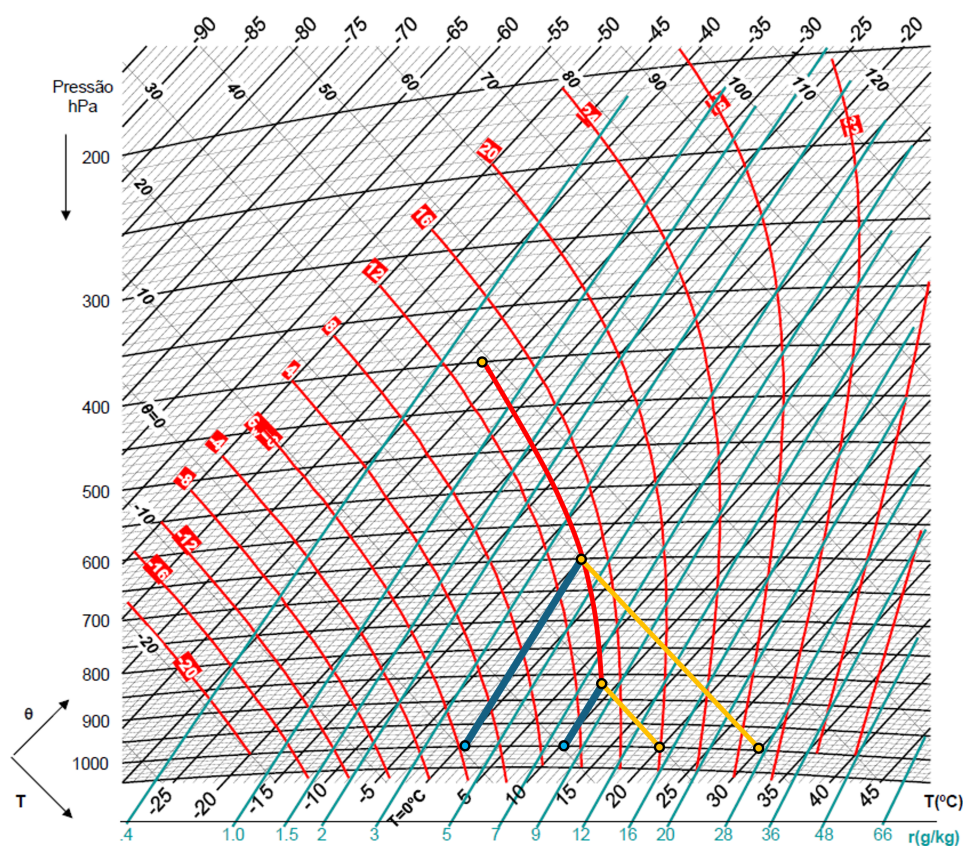


Figure 5: Tefigrama ex6 - Os pontos a amarelo indicam as observações. Os pontos azuis indicam as temperaturas do ponto de orvalho (inicial e final, à esquerda e direita respetivamente)

Solução:

a) Para marcar a evolução deste percurso necessitamos da temperatura do ponto de orvalho, que se pode estimar através do diagrama de fases:

$$e = e^{sat} RH = 1001 [Pa] \times 0.8 = 800.8 [Pa]$$

O que dá aproximadamente uma temperatura de ponto de orvalho de $4^\circ C$ e uma razão de mistura inicial de $\frac{\epsilon}{p} = \frac{0.622 \times 800.8 [Pa]}{95000 [Pa]} = 5.24 [g kg^{-1}]$. Seguindo o percurso da massa de ar (ver abaixo), temos uma temperatura no topo de $-4^\circ C$ com uma razão de mistura final de aproximadamente $3.7 [g kg^{-1}]$, sendo que se condensaram $5.24 [g kg^{-1}] - 3.7 [g kg^{-1}] = 1.54 [g kg^{-1}]$.

b) Sendo que $2/3$ precipitam ($1.54 [g kg^{-1}] \times 2/3 = 1.03 [g kg^{-1}]$), temos uma razão de mistura final de aproximadamente $0.51 [g kg^{-1}] + 3.70 [g kg^{-1}] = 4.21 [g kg^{-1}]$. No final do processo, temos uma temperatura de aproximadamente $11^\circ C$ e uma temperatura de orvalho de $0^\circ C$, temos também uma humidade relativa de:

$$RH = \frac{r}{r^{sat}} = \frac{4.21 [g kg^{-1}]}{8.8 [g kg^{-1}]} = 48\%$$

Assim sendo, temos uma massa final mais quente e mais seca, sendo verificado o efeito de Fohen.

Exercício 3.8.

Uma camada da atmosfera entre os 1000 e os 700 [hPa] encontra-se num estado isotérmico, a $17^\circ C$. A RH dessa camada é constante e igual a 75%.

a) Marque o estado dessa camada no tefigrama aos 1000, 850 e 700 [hPa] e una por segmentos de reta.

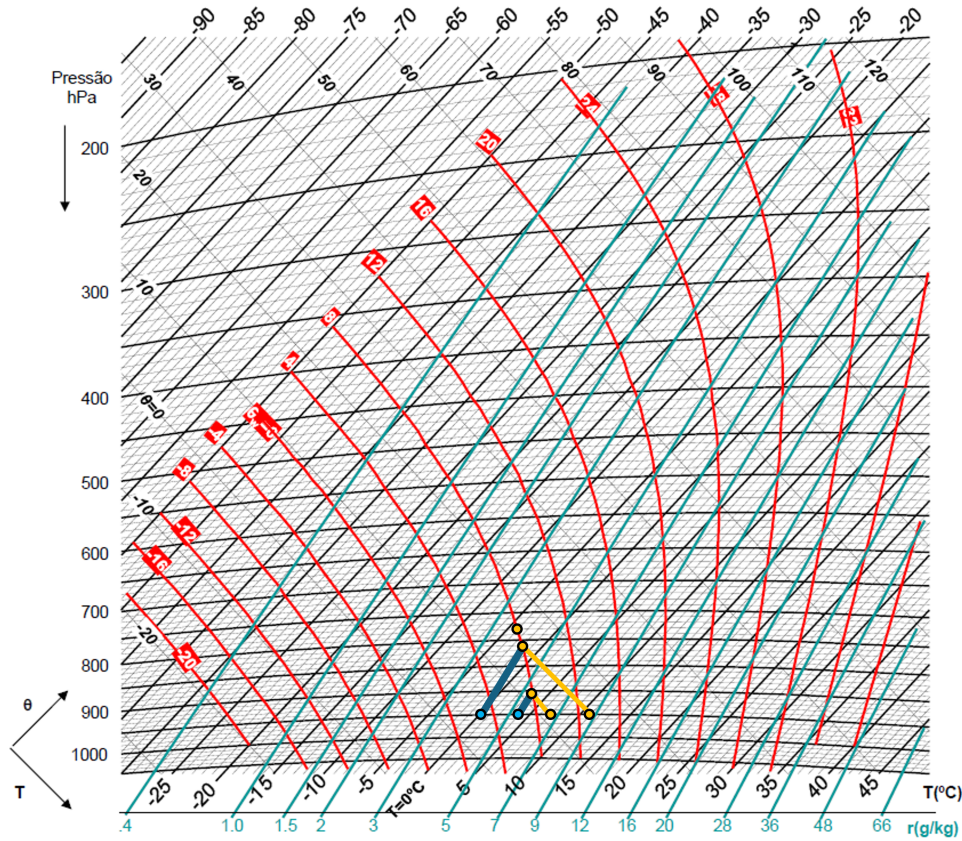


Figure 6: Tefigrama ex7 - Os pontos a amarelo indicam as observações. Os pontos azuis indicam as temperaturas do ponto de orvalho (inicial e final, à esquerda e direita respetivamente)

b) Considere o processo de mistura vertical dessa camada. Estime o estado final. No caso de existir formação de uma nuvem, indique a base da nuvem e a distribuição vertical de água líquida.

Solução:

a) Com $RH = 75\%$ e uma atmosfera isotérmica na camada dada, podemos obter a razão de mistura para marcar os pontos de saturação, onde a razão de mistura de saturação pode ser vista pelo tefigrama (nos pontos a amarelo, abaixo):

$$r_{1000} = r_{1000}^{sat} RH = 12 [g \text{ kg}^{-1}] \times 0.75 = 9 [g \text{ kg}^{-1}]$$

$$r_{850} = r_{850}^{sat} RH = 15 [g \text{ kg}^{-1}] \times 0.75 = 11.25 [g \text{ kg}^{-1}]$$

$$r_{700} = r_{700}^{sat} RH = 17 [g \text{ kg}^{-1}] \times 0.75 = 12.75 [g \text{ kg}^{-1}]$$

b) Dado que a razão de mistura é insensível ao movimento vertical pela conservação da água (desde que não haja condensação durante o processo) o cálculo do perfil é similar ao da mistura horizontal, isto é, o estado final da coluna de ar misturada terá uma razão de mistura constante igual à média das camadas anteriores à mistura. Assim, temos que a razão final é dada por:

$$\bar{r} = \frac{r_{1000} + r_{850} + r_{700}}{3} = \frac{9 [g \text{ kg}^{-1}] + 11.25 [g \text{ kg}^{-1}] + 12.75 [g \text{ kg}^{-1}]}{3} = 11 [g \text{ kg}^{-1}]$$

Já para a temperatura, temos de considerar a conservação da temperatura potencial uma vez que a temperatura é afetada de forma substancial pela pressão à qual se encontra a partícula, deste modo, temos de calcular a temperatura potencial média, começando a cada um dos níveis dados:

$$\theta_{1000} = T_{1000} \left(\frac{p_{1000}}{p_0} \right)^{\frac{R}{c_p}} = 290.15 [K] \left(\frac{1000 [hPa]}{1000 [hPa]} \right)^{-\frac{287.05 [J \text{ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]}{1005 [J \text{ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]}} = 290.15 [K]$$

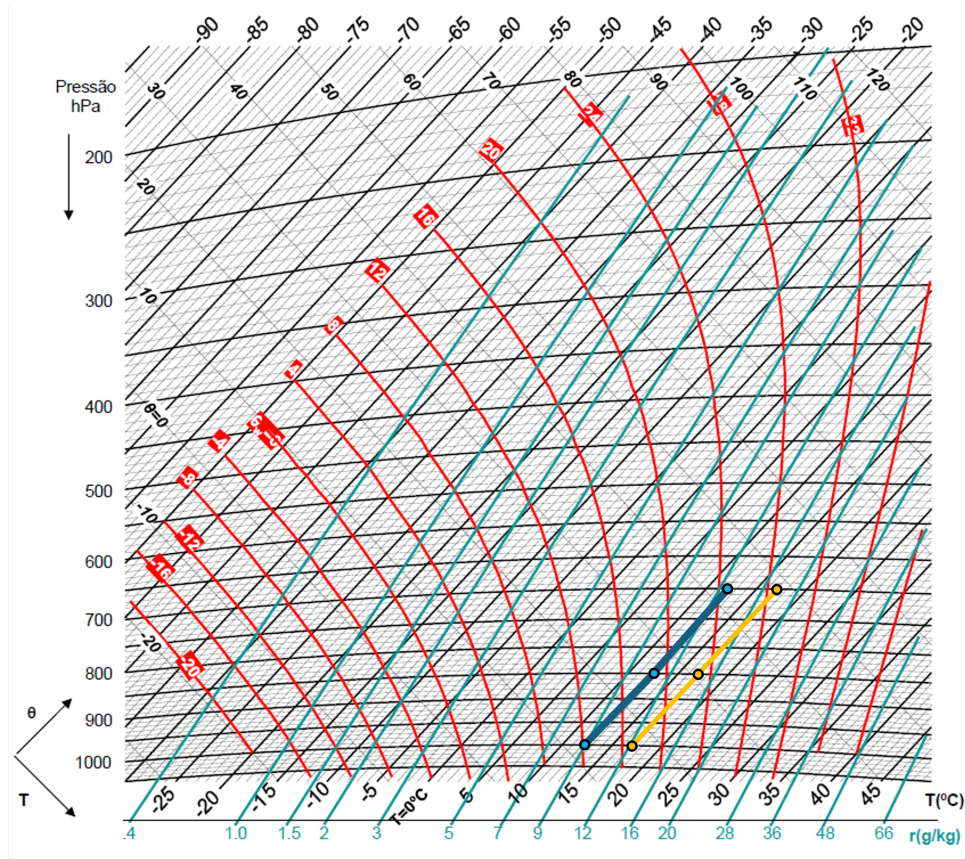


Figure 7: Tefigrama ex8a - Os pontos a amarelo indicam as observações. Os pontos azuis indicam as temperaturas do ponto de orvalho

$$\theta_{850} = T_{850} \left(\frac{p_{850}}{p_0} \right)^{\frac{R}{c_p}} = 290.15 [K] \left(\frac{850 [hPa]}{1000 [hPa]} \right)^{-\frac{287.05 [J kg^{-1} K^{-1}]}{1005 [J kg^{-1} K^{-1}]}} = 303.94 [K]$$

$$\theta_{700} = T_{700} \left(\frac{p_{700}}{p_0} \right)^{\frac{R}{c_p}} = 290.15 [K] \left(\frac{700 [hPa]}{1000 [hPa]} \right)^{-\frac{287.05 [J kg^{-1} K^{-1}]}{1005 [J kg^{-1} K^{-1}]}} = 321.27 [K]$$

Assim, podemos calcular a temperatura potencial média:

$$\bar{\theta} = \frac{\theta_{1000} + \theta_{850} + \theta_{700}}{3} = \frac{290.15 [K] + 303.94 [K] + 321.27 [K]}{3} = 305.12 [K] = 31.97^\circ C$$

Podemos então marcar este novo estado pós-mistura no tefigrama (abaixo) e verificar que temos uma base de nuvem aproximadamente aos 790 [hPa] e uma razão de mistura no topo de 9 [g kg⁻¹] (tendo este último ponto a única razão de mistura diferente dos demais). Assim sendo, houve uma diminuição na razão de mistura de 2 [g kg⁻¹], sendo que esta quantidade líquida.

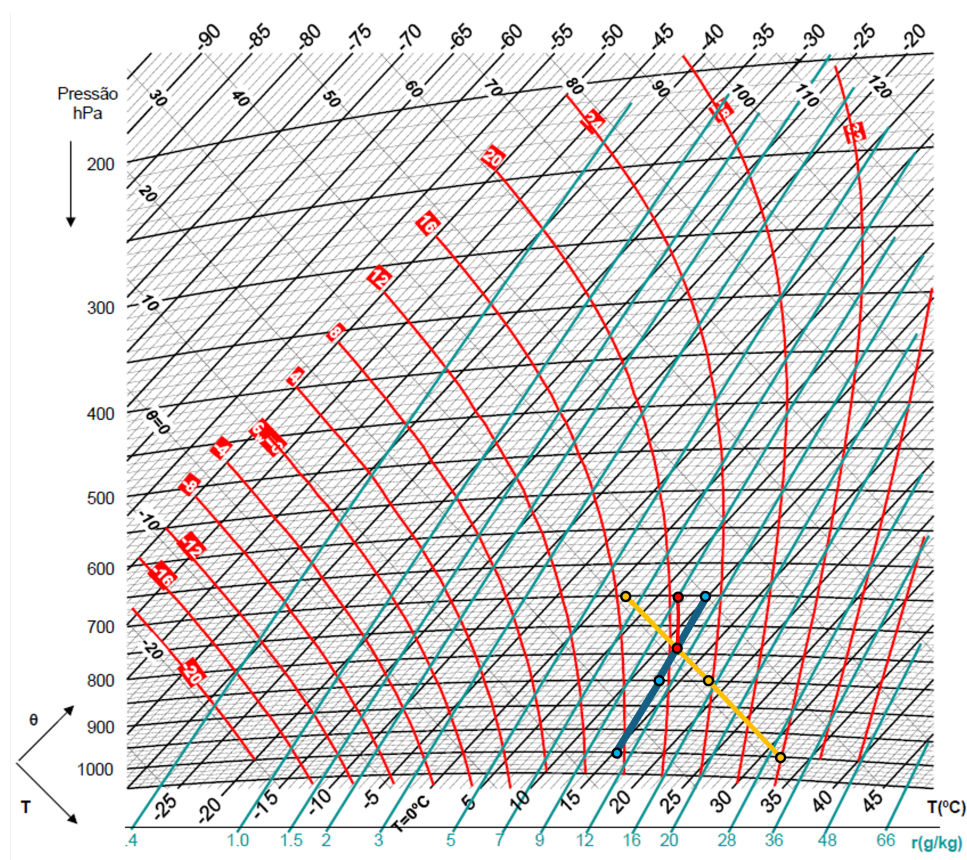


Figure 8: Tefigrama ex8b - Os pontos a amarelo indicam as observações. Os pontos azuis indicam as temperaturas do ponto de orvalho. Os pontos a vermelho indicam os pontos observados após condensação.