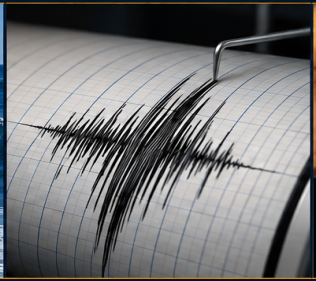
ONDAS MECÂNICAS

PERTURBAÇÕES, MEIO MATERIAL E PROPAGAÇÃO









O que distingue uma onda mecânica?

Uma onda mecânica é uma perturbação que se propaga num **meio material** devido às forças internas que ligam as suas partículas.

- É necessária a **existência de matéria**: as partículas do meio oscilam em torno da sua posição de equilíbrio.
- A **energia** é transmitida de partícula para partícula, mas não há transporte líquido de matéria.
- A propagação resulta do acoplamento entre partículas vizinhas através de **forças internas** (elásticas, de pressão, gravíticas, etc.).
- Se não há meio material, não há onda mecânica. No vácuo, ondas mecânicas não se propagam.



Ondas mecânicas = perturbação + meio material + forças internas

Graus de liberdade de um meio contínuo

Num meio material contínuo, cada elemento de volume possui **graus de liberdade** que podem ser excitados.

- Sólidos elásticos: as partículas oscilam em torno das **posições de equilíbrio fixas**.
  - Podem sustentar ondas **transversais** e **longitudinais**.
- Líquidos: as partículas podem deslocar-se livremente, mas mantendo **volume** praticamente constante.
  - Sustentam apenas ondas **longitudinais**.
- Gases: não têm forma nem volume próprios; as partículas movem-se livremente.
  - Sustentam apenas ondas **longitudinais**.

Sólido elástico



As partículas oscilam em torno de posições de equilíbrio fixas. Podem existir deformações de corte (transversais) e compressões (longitudinais).

Líquido



As partículas movimentam-se livremente, mas o volume mantém-se praticamente constante. Apenas compressões e rarefações se propagam.

Gás



As partículas estão muito afastadas e movimentam-se livremente em todas as direções. Apenas compressões e rarefações se propagam.

Os graus de liberdade disponíveis determinam os tipos de ondas que o meio pode sustentar.
Em todos os casos, a perturbação propaga-se através do acoplamento entre partículas vizinhas.

Equilíbrio, perturbação e força restauradora

Considere um elemento do meio inicialmente em equilíbrio. Quando é deslocado da sua posição de equilíbrio, surgem forças internas internas que restabelecer esse equilíbrio.

- **Posição de equilíbrio**
  A resultante das forças internas é nula.
  O elemento encontra-se em repouso.
- **Perturbação**
  Uma acção externa desloca o elemento da posição de equilíbrio.
  Surge uma força interna não nula.
- **Força restauradora**
  As forças internas opõem-se ao deslocamento.
  A sua acção devolve o elemento à posição de equilíbrio.
- **Regime de pequenas perturbações**
  Para deslocamentos pequenos, a força restauradora é aproximadamente proporcional ao deslocamento e de sentido oposto.
  É a lei de Hooke generalizada.

$$F_{\text{rest}} \simeq -kx$$

x – deslocamento em relação ao equilíbrio
k – constante elástica efetiva (depende do meio)

Resumo dos regimes

Regime	Força resultante	Condição
Equilíbrio	$F_{res} = 0$	O elemento permanece na posição de equilíbrio.
Perturbação	$F_{res} \neq 0$	O elemento acelera afastando-se ou aproximando-se do equilíbrio.
Força restauradora dominante	$F_{res} \simeq -k\bar{x}$	A força tende a devolver o elemento ao equilíbrio.

Representação esquemática (1 dimensão)



A propagação de uma onda resulta da acção sucessiva das forças restauradoras em cada elemento do meio.

Como uma perturbação se propaga

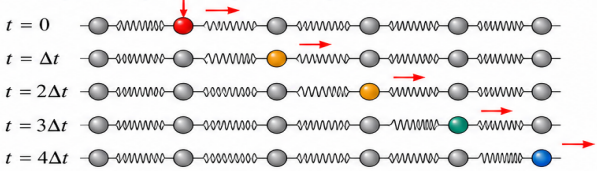
Considere uma perturbação aplicada num ponto de um meio material. Devido ao **acoplamento entre partículas vizinhas**, a perturbação transmite-se de partícula para partícula.

- **Mecanismo local**
  A partícula perturbada exerce forças sobre as suas vizinhas; estas, por sua vez, perturbam as suas vizinhas, e assim sucessivamente.
- **Propagação sem transporte de matéria**
  Cada partícula oscila em torno da sua posição de equilíbrio, mas não acompanha a perturbação que passa.
- **Propagação de energia e de quantidade de movimento**
  A perturbação transporta energia através do meio e pode transportar quantidade de movimento.
- **Velocidade finita**
  A perturbação não é transmitida instantaneamente: ela propaga-se com uma velocidade finita determinada pelas propriedades do meio.

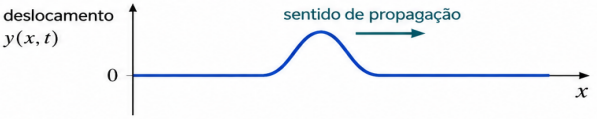
Exemplo: impulso numa cadeia de partículas ligadas por molas



Evolução temporal da perturbação



Perfil da perturbação num instante fixo



A propagação resulta do acoplamento local entre partículas vizinhas:
uma perturbação num ponto do meio transmite-se através de forças internas, transportando energia (e eventualmente quantidade de movimento) sem transporte de matéria.

Osciladores acoplados como modelo microscópico

Para compreender a propagação de ondas num meio material, consideremos um modelo simples: uma **cadeia linear de osciladores** idênticos acoplados por **forças elásticas**.

- **Modelo microscópico**
  Cada partícula de massa m está em equilíbrio na posição $x_n = na$, onde a é o espaçamento entre partículas. As partículas estão ligadas por molas de constante elástica k.

- **Graus de liberdade**
  Cada partícula só se pode deslocar ao longo da direcção da cadeia. O seu deslocamento em relação ao equilíbrio é $u_n(t)$.

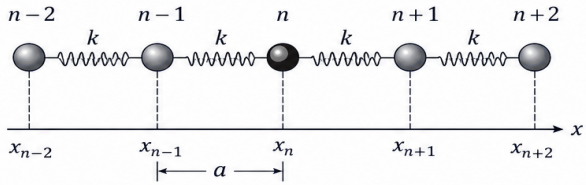
- **Equação do movimento**
  A força resultante sobre a partícula n é

$$F_n = k(u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1})$$

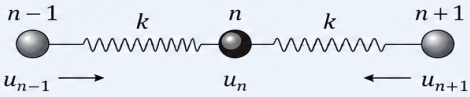
Pela segunda lei de Newton,

$$m\ddot{u}_n = k(u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1})$$

Cadeia linear de osciladores



Forças que actuam na partícula *n*



$F_{n-1\to n} = k(u_{n-1} - u_n)$ $\qquad$ $F_{n+1\to n} = k(u_{n+1} - u_n)$

Ideia essencial

Uma perturbação aplicada a uma partícula altera as forças nas vizinhas, que por sua vez se alteram, e assim sucessivamente. A cadeia transmite a perturbação ao longo do espaço.

Do sistema discreto ao meio contínuo

Um meio material macroscópico pode ser modelado como uma **grande cadeia de osciladores acoplados** com pequeno espaçamento entre partículas.

Cadeia discreta

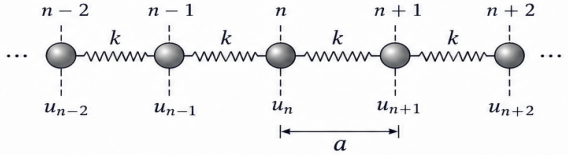
$$u_n(t)$$

Campo contínuo

$$u_n(t) \;\longrightarrow\; u(x,\,t)$$

Quando o **comprimento de onda é muito maior do que o espaçamento entre partículas** ($\lambda \gg a$), o deslocamento varia pouco entre vizinhas e podemos descrever o movimento por um campo contínuo $u(x,t)$.

Cadeia discreta de osciladores



Expansão para variações suaves

Para um campo $u(x,t)$ que varia lentamente no espaço,

$$u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1} \simeq a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Equação da onda no limite contínuo

No limite de variação suave obtemos a equação de onda

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

com $c = a\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

c é a velocidade de propagação no meio.

Um meio contínuo pode ser visto como o limite macroscópico de uma cadeia de osciladores acoplados.

Ondas longitudinais

Definição

Numa onda longitudinal, as partículas do meio oscilam **paralelamente à direção de propagação** da onda.

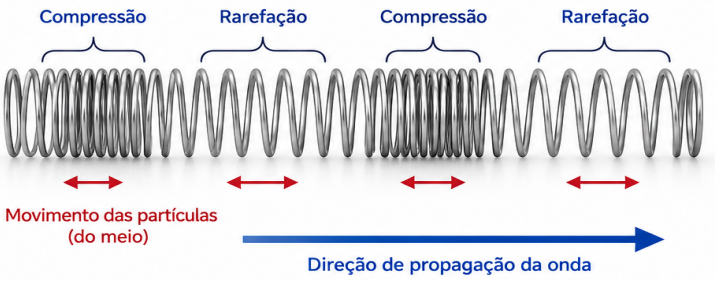
Compressão e rarefação

A perturbação propaga-se através de regiões de maior densidade (**compressão**) e de menor densidade (**rarefação**).

Exemplos

- Ondas sonoras no ar e noutros gases.
- Ondas de pressão em líquidos (por exemplo, no mar).

Exemplo: onda longitudinal numa mola



Numa onda longitudinal, a perturbação propaga-se através de compressões e rarefações no meio, com as partículas a oscilarem na mesma direção da propagação.

Descrição matemática das ondas longitudinais

Campo de deslocamento

O deslocamento das partículas do meio é descrito por uma função contínua $u(x, t)$, que representa o deslocamento em relação à posição de equilíbrio.

Equação de onda

Num meio homogéneo, o campo $u(x, t)$ satisfaz a equação de onda

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

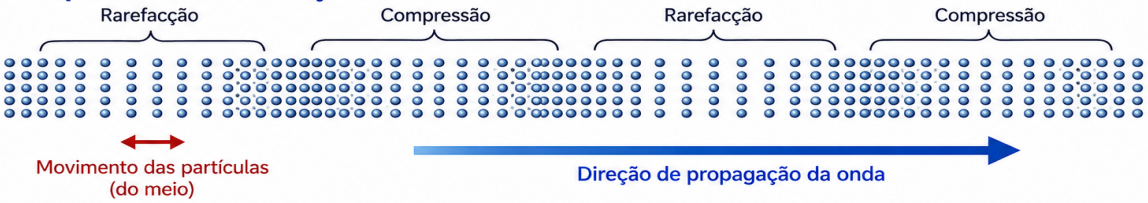
Soluções harmónicas

Uma onda que se propaga no sentido $+x$ tem a forma

$$u(x, t) = A\cos(kx - \omega t + \phi)$$

A é a amplitude de deslocamento.

Compressões e rarefacções



Velocidade de ondas longitudinais num fluido

Resultado

Num fluido (líquido ou gás), a velocidade de uma onda longitudinal é dada por

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

K – módulo volumétrico (Pa)
ρ – densidade do meio (kg/m^3)

Interpretação física

- **Maior rigidez à compressão** (K maior)
  → a perturbação propaga-se mais depressa.
- **Maior densidade** (ρ maior)
  → maior inércia das partículas.
  → a perturbação propaga-se mais lentamente.

O que é o módulo volumétrico?

O módulo volumétrico K mede a resistência do meio a variações de volume (compressões). É definido por

$$K = -V\,\frac{\Delta p}{\Delta V}$$

onde Δp é a variação de pressão e ΔV a variação de volume. Quanto maior for K, mais difícil é comprimir o meio.

Exemplos típicos

Meio	v (m/s)
Ar (20 °C)	≈ 343
Água (20 °C)	≈ 1500
Alguns líquidos	$\approx 1000 - 2000$

Ondas transversais

Definição

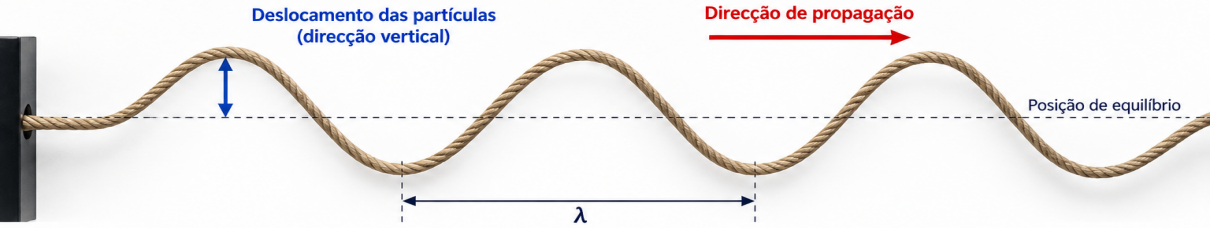
Numa **onda transversal**, as partículas do meio oscilam **perpendicularmente** à direcção de propagação da onda.

Exemplo: onda numa corda tensa

Uma perturbação que se desloca ao longo da corda, enquanto cada ponto da corda oscila na direcção vertical.

Características principais

- Deslocamento perpendicular à direcção de propagação.
- A perturbação transporta energia, mas não matéria.
- Num meio ideal, a forma da onda mantém-se durante a propagação (sem distorção).



Nas ondas transversais, as partículas do meio oscilam na direcção perpendicular à direcção de propagação da onda.

Deslocamento e densidade numa onda longitudinal

Descrição do movimento

Consideremos uma onda longitudinal que se propaga num meio homogéneo. As partículas do meio oscilam paralelamente ao eixo x em torno da sua posição de equilíbrio.

Relação entre variação da densidade e deslocamento

Para pequenas perturbações, a variação da densidade está relacionada com o gradiente do deslocamento:

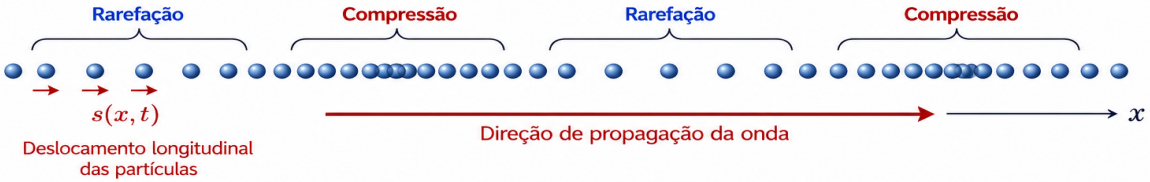
$$\frac{\rho'(x,t)}{\rho_0} = -\frac{\partial s(x,t)}{\partial x}$$

Grandezas envolvidas

x	:	posição de equilíbrio da partícula (m)
$s(x,t)$	:	deslocamento longitudinal (m)
ρ_0	:	densidade de equilíbrio do meio (kg/m^3)
$\rho(x,t)$	:	densidade instantânea do meio (kg/m^3)
$\rho'(x,t)$	:	variação da densidade $\rho'(x,t) = \rho(x,t) - \rho_0$ (kg/m^3)

Interpretação física

- **Compressão** $(\partial s/\partial x < 0) \rightarrow \rho' > 0$
  As partículas convergem e a densidade aumenta.
- **Rarefação** $(\partial s/\partial x > 0) \rightarrow \rho' < 0$
  As partículas divergem e a densidade diminui.



Pressão e densidade numa onda longitudinal

Relação constitutiva

Para pequenas perturbações num fluido, a variação da pressão está relacionada com a variação da densidade por

$$p'(x,t) = v^2\,\rho'(x,t)$$

A velocidade de propagação v é dada por

$$v^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S = \frac{K}{\rho_0}$$

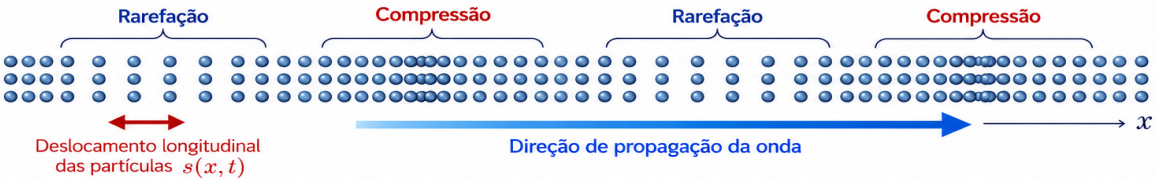
onde K é o módulo de compressibilidade volumétrica e ρ_0 a densidade de equilíbrio.

Grandezas envolvidas

p_0	: pressão de equilíbrio (Pa)
$p(x,t)$	: pressão instantânea (Pa)
$p'(x,t)$	: variação da pressão $p'(x,t) = p(x,t) - p_0$ (Pa)
ρ_0	: densidade de equilíbrio (kg/m^3)
$\rho(x,t)$	: densidade instantânea (kg/m^3)
$\rho'(x,t)$	: variação da densidade $\rho'(x,t) = \rho(x,t) - \rho_0$ (kg/m^3)
v	: velocidade de propagação da onda (m/s)

Consequências

- **Compressão:** $\rho' > 0 \quad \rightarrow \quad p' > 0$
  A densidade e a pressão aumentam.
- **Rarefação:** $\rho' < 0 \quad \rightarrow \quad p' < 0$
  A densidade e a pressão diminuem.



Relações de fase entre as grandezas

Onda longitudinal harmónica

Consideremos uma onda que se propaga no sentido $+x$:

$$s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t + \phi)$$

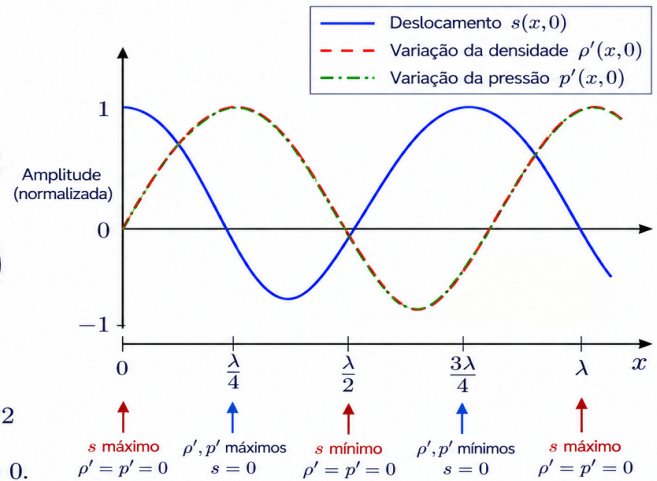
$$\rho'(x,t) = \rho_0 k s_m \sin(kx - \omega t + \phi) = \rho_m \cos\left(kx - \omega t + \phi - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$p'(x,t) = v^2 \rho'(x,t) = p_m \cos\left(kx - \omega t + \phi - \frac{\pi}{2}\right)$$

Relações de fase

- A variação da densidade ρ' e a variação da pressão p' estão em fase.
- O deslocamento s está desfasado de $-\pi/2$ relativamente a ρ' e p'.
- Quando s é máximo ou mínimo, $\rho' = p' = 0$.
- Quando $s = 0$, ρ' e p' têm módulos máximos (compressão ou rarefação).

Perfil espacial num instante fixo ($t = 0$)



Ondas sonoras como caso particular

O que é o som?

- O som é uma **onda mecânica longitudinal** que se propaga em meios materiais.
- Resulta de **variações de pressão** no meio, que originam compressões e rarefacções.
- Propaga-se em gases, líquidos e sólidos. Não se propaga no vácuo.

Velocidade do som num gás

- Num gás ideal, a velocidade do som é

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$$

- γ é o índice adiabático do gás (para o ar, $\gamma \simeq 1{,}40$).
- P_0 é a pressão de equilíbrio do gás.
- ρ_0 é a densidade de equilíbrio do gás.

No ar, a 20 °C:

$v \simeq 343$ m/s

$P_0 \simeq 1{,}01 \times 10^5$ Pa
$\rho_0 \simeq 1{,}20$ kg/m^3
$\gamma \simeq 1{,}40$

Propagação do som no ar (instante fixo)



Variação da pressão no ar



Frequências audíveis

- O ouvido humano detecta frequências aproximadamente entre

$$20 \text{ Hz} \lesssim f \lesssim 20 \text{ kHz}.$$

- O som em diferentes meios têm velocidades diferentes, dependendo das suas propriedades (densidade, elasticidade, temperatura, ...).

Comparação entre ondas transversais e longitudinais

Ondas transversais

Direcção da oscilação

- As partículas do meio oscilam perpendicularmente à direcção de propagação da onda.

Representação física



Exemplos

- Ondas numa corda tensa.
- Ondas sísmicas S (secundárias).

Ondas longitudinais

Direcção da oscilação

- As partículas do meio oscilam paralelamente à direcção de propagação da onda.

Representação física



Exemplos

- Ondas sonoras em gases e líquidos.
- Ondas sísmicas P (primárias).

Velocidade de propagação

Onda transversal (corda tensa)

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

T : tensão da corda (N)
μ : densidade linear ($\mathrm{kg/m}$)

Onda longitudinal (propagação num fluido)

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}}$$

K : módulo de compressibilidade volumétrica (Pa)
ρ_0 : densidade de equilíbrio ($\mathrm{kg/m^3}$)

Em ambos os casos, a onda transporta **energia** através do meio, mas **não transporta matéria.**

O que pode e o que não pode transportar uma onda mecânica

Uma onda mecânica é uma perturbação que se propaga num meio material.
Transporta energia e informação, mas não transporta matéria (à escala macroscópica).

O que PODE transportar

- **Energia**
  A onda transporta energia através do meio, permitindo realizar trabalho noutros pontos.



- **Quantidade de movimento**
  As partículas do meio oscilam e podem exercer forças umas sobre as outras e sobre obstáculos.



- **Informação**
  A forma da perturbação pode codificar informação (por exemplo, o som da voz).

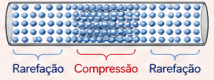


O que NÃO PODE transportar

- **Matéria (deslocamento líquido)**
  As partículas do meio apenas oscilam em torno da posição de equilíbrio; após a passagem da onda, cada ponto retorna à sua posição média.
  Não há transporte líquido de massa.



- **Volume líquido**
  O volume ocupado pelo meio permanece, em média, inalterado.
  Compressões e rarefações são variações locais e temporárias da densidade.



- **Transporte de substância**
  As partículas não migram com a onda; apenas oscilam localmente.

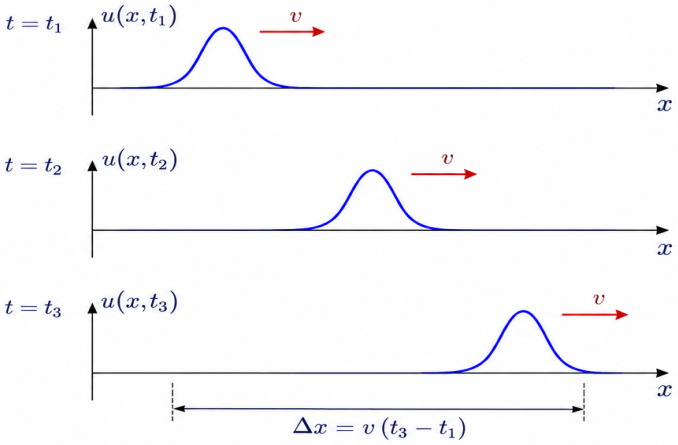


Em resumo: Uma onda mecânica transporta **energia, quantidade de movimento** e **informação**, mas **não transporta matéria** de um ponto para outro (à escala macroscópica).

Ondas mecânicas necessitam de um meio material.
Sem meio material (por exemplo, vácuo), não existem ondas mecânicas.

Propagação de um pulso num meio

- Uma onda mecânica não tem de ser sinusoidal. Pode ser um pulso localizado.
- O pulso propaga-se no sentido $+x$ com velocidade v, mantendo a sua forma (num meio não dispersivo).
- Cada ponto do meio apenas oscila em torno da sua posição de equilíbrio.
- A perturbação (o pulso) desloca-se, mas as partículas do meio não se deslocam com ela.
- A velocidade de propagação v é a rapidez com que a perturbação se desloca no espaço, não a velocidade das partículas.



Conclusão: O pulso transporta **energia** através do meio, mas as partículas do meio apenas oscilam localmente. (**não** há transporte de matéria a escala macroscópica).

O que determina a velocidade de uma onda mecânica?

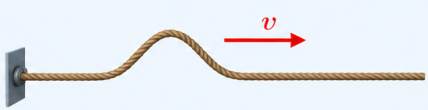
Ideia geral

- A velocidade de propagação de uma onda mecânica é determinada pelas propriedades do meio.
- Depende da rigidez (força restauradora) e da inércia (resistência à aceleração).
- Quanto maior a rigidez, mais rápida é a propagação.
- Quanto maior a inércia, mais lenta é a propagação.

Em geral,

$$v \sim \sqrt{\frac{\text{rigidez}}{\text{inércia}}}$$

Exemplo 1: onda transversal numa corda tensa



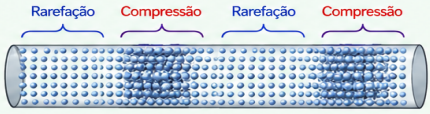
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

- Maior tensão T → maior velocidade.
- Maior densidade linear μ → menor velocidade.

T : tensão da corda (N)

μ : densidade linear (kg/m)

Exemplo 2: onda longitudinal num fluido



$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}}$$

- Maior rigidez (K) → maior velocidade.
- Maior densidade (ρ_0) → menor velocidade.

K : módulo de compressibilidade volumétrica (Pa)

ρ_0 : densidade de equilíbrio (kg/m^3)

Conclusão: A velocidade de uma onda mecânica é determinada pela competição entre a rigidez do meio e a sua inércia.

Meios mais rígidos e menos densos transmitem mais rapidamente as perturbações.

Da descrição microscópica à descrição macroscópica

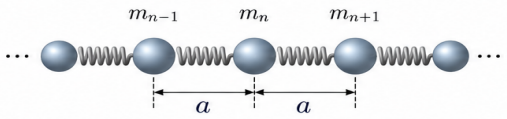
- Um meio material pode ser visto, à escala microscópica, como um conjunto de partículas ligadas (por exemplo, massas e molas).
- Quando o comprimento de onda é muito maior do que a distância entre partículas, podemos descrever a perturbação por um campo contínuo.
- Esta passagem liga o modelo discreto que introduzimos à descrição macroscópica das ondas.

Descrição contínua válida quando

$$\lambda \gg a$$

onde λ é o comprimento de onda e a é a distância típica entre partículas do meio.

Descrição microscópica
(modelo discreto: massas e molas)



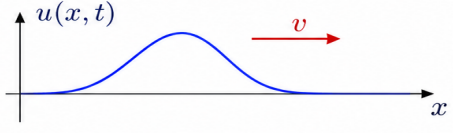
Deslocamento da n-ésima partícula:

$$u_n(t)$$

Limite de meio contínuo

$\lambda \gg a$
(variação suave no espaço)

Descrição macroscópica
(meio contínuo)



Campo contínuo de deslocamento:

$$u(x,t)$$

Conclusão:

Quando o comprimento de onda é muito maior do que a escala microscópica do meio, podemos descrever a perturbação por um campo contínuo $u(x,t)$.

Esta aproximação permite tratar as ondas como funções contínuas do espaço e do tempo.

Exercício resolvido I

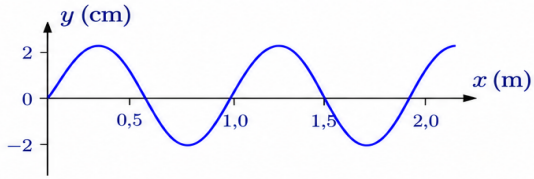
Uma onda transversal propaga-se numa corda tensa no sentido $+x$. A figura mostra o perfil da corda num dado instante.

a) Determine a amplitude e o comprimento de onda.

b) Se a frequência da onda é $f = 50$ Hz, qual é a sua velocidade de propagação?

c) Escreva uma expressão para o deslocamento da corda.

Perfil da corda no instante mostrado



Solução

1. Amplitude e comprimento de onda

Da figura, a amplitude é

$$A = 2{,}0 \text{ cm}$$

A distância entre dois máximos consecutivos é

$$\lambda = 1{,}0 \text{ m}$$

2. Velocidade de propagação

A velocidade da onda é

$$v = \lambda f = (1{,}0 \text{ m})(50 \text{ Hz}) = 50 \text{ m/s}$$

3. Expressão do deslocamento

Uma onda que se propaga no sentido $+x$ pode ser escrita como

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \phi)$$

Da figura, em $x = 0$, $t = 0$ a corda está em $y = 0$ e desloca-se no sentido positivo (perfil em seno), o que implica $\phi = -\frac{\pi}{2}$

Com $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1{,}0} = 2\pi \text{ rad/m}$

$\omega = 2\pi f = 2\pi(50) = 100\pi \text{ rad/s}$

A expressão para o deslocamento é

$$y(x,t) = 0{,}020\cos\left(2\pi x - 100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{(SI)}$$
$$\equiv 0{,}020\sin(2\pi x - 100\pi t) \quad \text{(SI)}$$

Exercício resolvido II

Som num auditório

Num auditório, um altifalante emite um breve pulso sonoro. Um ouvinte, situado a 34 m do altifalante, detecta o som 0,10 s depois.

a) Qual é a velocidade do som no ar?

b) Se o pulso tiver uma duração de 2,0 ms, qual é o comprimento espacial do pulso?



a) Velocidade do som

A velocidade é

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{34\ \text{m}}{0{,}10\ \text{s}} = \boxed{340\ \text{m/s}}$$

Valor em acordo com a velocidade do som no ar à temperatura ambiente (≈ 340 m/s).

b) Comprimento do pulso

O comprimento espacial do pulso é

$$L = v\,\Delta t_p = (340\ \text{m/s})\,(2{,}0 \times 10^{-3}\ \text{s}) = \boxed{0{,}68\ \text{m}}$$

Durante os 2,0 ms em que o som é emitido, a perturbação ocupa uma extensão de 0,68 m no espaço.

Conclusão: A velocidade do som pode ser determinada a partir de uma medição simples de distância e tempo. Um pulso sonoro de curta duração ocupa uma extensão finita no espaço.

Exercício resolvido III

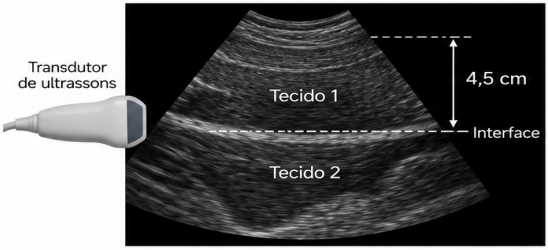
Ultrassons na imagiologia médica

Num exame de ultrassons, um pulso curto é emitido por um transdutor e reflecte numa interface a uma profundidade de 4,5 cm. O eco é detectado 58 μs depois da emissão.

a) Qual é a velocidade de propagação do som no tecido?

b) Qual é a profundidade da interface?

c) Se a duração do pulso for 1,0 μs, qual é a resolução axial (espessura mínima distinguível)?



a) Velocidade do som no tecido

O eco percorre a distância de ida e volta, $2d$, num tempo Δt.

$$v = \frac{2d}{\Delta t} = \frac{2(4{,}5 \times 10^{-2}\ \text{m})}{58 \times 10^{-6}\ \text{s}} = 1{,}55 \times 10^{3}\ \text{m/s}$$

Valor típico para tecidos moles ($\approx 1{,}5 \times 10^{3}$ m/s).

b) Profundidade da interface

Usando a velocidade obtida,

$$d = \frac{v\,\Delta t}{2} = \frac{(1{,}55 \times 10^{3}\ \text{m/s})\,(58 \times 10^{-6}\ \text{s})}{2} = 4{,}5 \times 10^{-2}\ \text{m} = 4{,}5\ \text{cm}$$

A interface está a 4,5 cm de profundidade.

c) Resolução axial

Durante a duração do pulso, a perturbação ocupa uma extensão espacial de

$$\Delta z = v\,\Delta t_p = (1{,}55 \times 10^{3}\ \text{m/s})\,(1{,}0 \times 10^{-6}\ \text{s}) = 1{,}6 \times 10^{-3}\ \text{m} = 1{,}6\ \text{mm}$$

A resolução axial é da ordem de 1,6 mm.

Conclusão: Os ultrassons permitem determinar profundidades a partir do tempo de voo dos ecos e a resolução axial é determinada pela duração do pulso.

Exercício resolvido IV

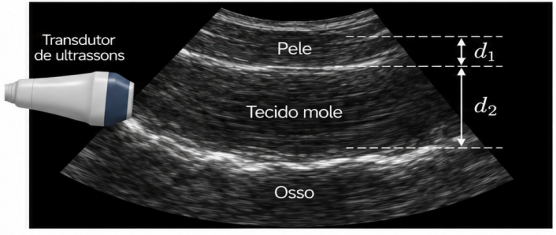
Caracterização de um tecido usando ultrassons

Num exame de ultrassons, um pulso curto incide numa camada de tecido. Um eco é detectado na interface entre tecido mole e osso, 120 μs após a emissão. O eco proveniente da interface entre a pele e o tecido é detectado 15 μs após a emissão. A velocidade do som na pele é $1{,}70 \times 10^3$ m/s e no tecido mole é $1{,}54 \times 10^3$ m/s.

a) Determine a espessura da camada de tecido mole.

b) Qual é a profundidade total da interface osso?

c) Se a duração do pulso for 0,5 μs, qual é a resolução axial no tecido mole?



a) Espessura da camada de tecido mole

O eco na interface tecido–osso é recebido 120 μs após a emissão.
O eco na interface pele–tecido é recebido 15 μs após a emissão.
O tempo adicional para percorrer a camada de tecido é

$$\Delta t = 120\ \mu s - 15\ \mu s = 105\ \mu s$$

Este tempo corresponde à ida e volta na camada de tecido mole:

$$d_2 = \frac{v_{\text{tecido}}\,\Delta t}{2} = \frac{(1{,}54 \times 10^3\ \text{m/s})\,(105 \times 10^{-6}\ \text{s})}{2}$$
$$= 8{,}1 \times 10^{-2}\ \text{m} = 8{,}1\ \text{cm}$$

b) Profundidade total da interface osso

A profundidade da interface pele–tecido é

$$d_1 = \frac{v_{\text{pele}}\,(15 \times 10^{-6}\ \text{s})}{2} = \frac{(1{,}70 \times 10^3)\,(15 \times 10^{-6})}{2} = 1{,}28\ \text{cm}$$

A profundidade total da interface osso é

$$d = d_1 + d_2 = 1{,}28\ \text{cm} + 8{,}1\ \text{cm} = 9{,}4\ \text{cm}$$

c) Resolução axial no tecido mole

A resolução axial é aproximadamente metade do comprimento espacial do pulso:

$$\Delta z = \frac{v_{\text{tecido}}\,\Delta t_p}{2} = \frac{(1{,}54 \times 10^3\ \text{m/s})\,(0{,}5 \times 10^{-6}\ \text{s})}{2}$$
$$= 3{,}9 \times 10^{-4}\ \text{m} = 0{,}39\ \text{mm}$$

Conclusão: A análise dos tempos de voo dos ecos permite determinar a espessura das camadas de tecido e a profundidade de estruturas internas. A resolução axial depende da duração do pulso e da velocidade do som no meio.