A natureza da luz e a aproximação geométrica

Ondas, meios e raios



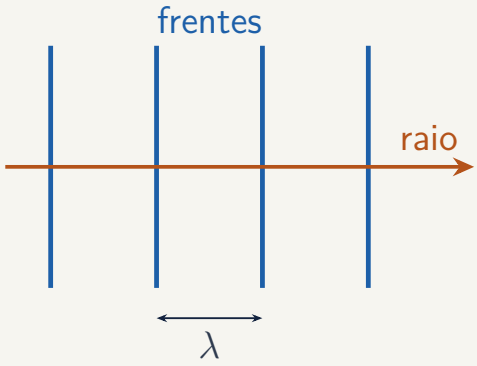
Três perguntas

- Como se mediu, pela primeira vez, uma velocidade de $300\,000$ km por segundo?
- Se a luz abranda na água, porque é que as cores não mudam debaixo de água?
- Porque é que se ouve à volta de uma porta aberta, mas não se vê?

CONCEITOS

O que vamos precisar 1. Das ondas

- Numa onda harmónica, $v = \lambda f$: num período, a onda avança um comprimento de onda.
- **Frente de onda**: superfície onde a fase é a mesma.
- **Raio**: linha perpendicular às frentes, no sentido em que a onda avança.



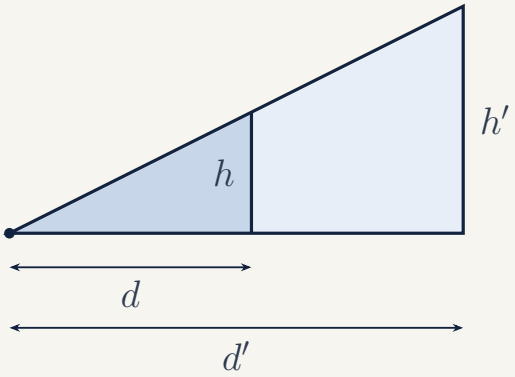
CONCEITOS

O que vamos precisar 2. Da geometria

Dois triângulos com os mesmos ângulos são **semelhantes**: os lados correspondentes estão na mesma proporção.

$$\frac{h'}{h} = \frac{d'}{d}$$

É tudo o que vamos usar para sombras e imagens.



NATUREZA DA LUZ

Corpúsculos ou ondas?

Partículas ou onda? A pergunta atravessou dois séculos.

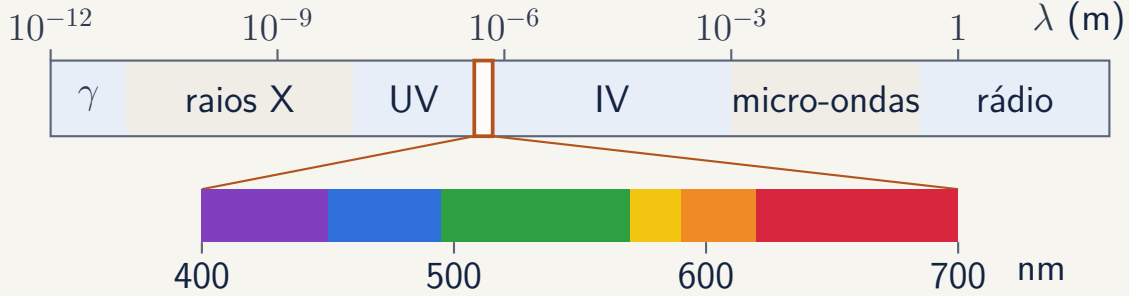


- **Newton**: corpúsculos que se movem em linha recta.
- **Young**: a luz interfere, logo é uma onda.
- **Hoje**: onda electromagnética, que troca energia em fotões.

NATUREZA DA LUZ

O espectro electromagnético

Como qualquer onda, a luz caracteriza-se pelo comprimento de onda λ.
O visível é uma faixa estreita:



VELOCIDADE DA LUZ

Medição 1. Galileu

Como se mediu, pela primeira vez, a velocidade da luz?

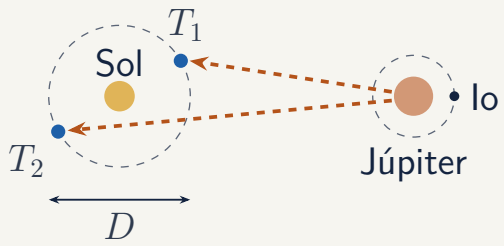
Galileu (1638): A destapa uma lanterna; B destapa a sua mal vê a luz; A mede o tempo até ver a luz de B.



A ida e volta demora $10\,\mu s$; o tempo de reacção é cerca de $0{,}2\,s$, $20\,000$ vezes mais. Galileu só concluiu que a luz é muitíssimo rápida.

Medição 2. Rømer

Como se mediu, pela primeira vez, a velocidade da luz?



Io é eclipsado por Júpiter a cada $42{,}5$ h: os eclipses podem ser previstos.

Previstos a partir de T_1, os eclipses vistos de T_2 chegam mais tarde do que o previsto.

Io não se atrasou: de T_2, a luz percorre mais D. Rømer (1676) estimou 22 min para esse caminho extra; hoje sabe-se que são cerca de 1000 s.

Medição 3. Huygens

Como se mediu, pela primeira vez, a velocidade da luz?

Em 1690, Huygens juntou o atraso de Rømer ao tamanho da órbita conhecido na época: $c = D/\Delta t$.

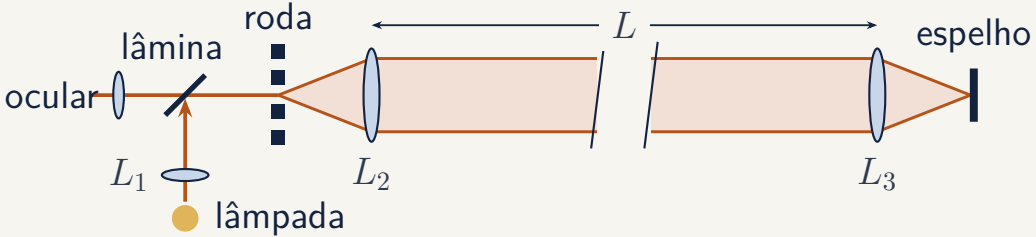
	Δt	c
Huygens	$22\,\text{min}$	$\approx 2{,}2 \times 10^8\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$
valores actuais	$16{,}6\,\text{min}$	$3{,}0 \times 10^8\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$

Ficou $25\,\%$ abaixo, sobretudo porque o atraso estava sobrestimado.

Medição 4. A montagem de Fizeau

Como se mediu, pela primeira vez, a velocidade da luz?

Em 1849, Fizeau mediu c entre Suresnes e Montmartre, em Paris: $L = 8{,}6\,\text{km}$. A luz vai e volta pelo mesmo caminho.



Medição 5. As lentes

Como se mediu, pela primeira vez, a velocidade da luz?

Sem lentes, em $17\,\text{km}$ a luz espalhava-se e quase nada voltava.

- L_1 foca a luz num ponto entre dois dentes: a roda corta-a toda de uma vez.
- L_2 tem esse ponto no foco: o feixe sai paralelo e não se abre.
- L_3 foca o feixe no espelho: a luz volta ao mesmo ponto da roda.

O observador vê o regresso pela ocular.

Medição 6. O cálculo

Como se mediu, pela primeira vez, a velocidade da luz?

Ida e volta: $2L/c$.

N dentes, f voltas por segundo: um dente ocupa um intervalo em $1/(2Nf)$.

A luz apaga-se quando:

$$\frac{2L}{c} = \frac{1}{2Nf} \;\Rightarrow\; c = 4LNf$$



Medição 7. O resultado de Fizeau

Como se mediu, pela primeira vez, a velocidade da luz?

A ida e volta dura só $2L/c \approx 58\,\mu s$; com 720 dentes, bastam umas 12 voltas por segundo.

A luz apagou-se com $N = 720$ dentes e $f = 12{,}6\,\text{Hz}$:

$$c = 4 \times 8633 \times 720 \times 12{,}6 \approx 3{,}13 \times 10^8\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

Ficou $4\,\%$ acima do valor actual.

RESPOSTA

Medir $300\,000$ km por segundo

Como se mediu, pela primeira vez, uma velocidade de $300\,000$ km *por segundo?*

- Galileu: com lanternas, os 10 µs perdiam-se no tempo de reacção.
- Rømer: com a órbita da Terra, a luz demora minutos. Huygens estimou $2{,}2 \times 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.
- Fizeau: a roda dentada transformou 58 µs num apagar da luz, $3{,}13 \times 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Hoje, $c = 299\,792\,458\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ é exacto e define o metro.

LUZ NOS MEIOS

Índice de refracção

No vazio, todas as cores se propagam com c. Num meio transparente, a luz é mais lenta, com velocidade v:

$$n = \frac{c}{v}$$

n é adimensional e, nos meios usuais, $n > 1$.

meio	n	v/c
água	$1{,}333$	$0{,}750$
vidro	$1{,}52$	$0{,}658$
sílica	$1{,}46$	$0{,}685$
diamante	$2{,}42$	$0{,}413$

Valores para $\lambda_0 = 589\,\text{nm}$.

LUZ NOS MEIOS

Porque é que a luz abranda num meio

- A onda faz oscilar os electrões dos átomos do meio, à mesma frequência.
- Cada electrão oscilante emite uma pequena onda, um pouco atrasada.
- A onda que se propaga é a soma da onda original com estas ondas atrasadas: a fase avança mais devagar.

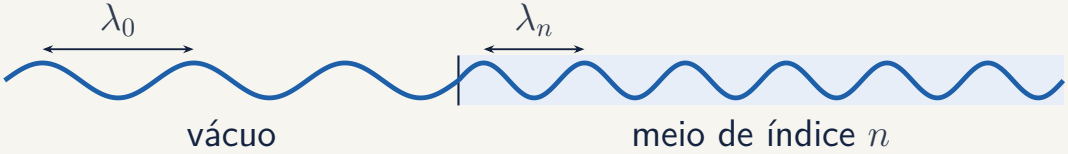
Entre os átomos, a luz continua a ir a c. O que fica mais lento é a onda total.

Na fronteira 1. A frequência não muda

Porque é que as cores não mudam debaixo de água?

A onda que entra na água é criada pelos electrões da superfície, que oscilam com a frequência da onda que chega.

Por isso, passam tantas cristas por segundo de um lado como do outro.



Na fronteira 2. O comprimento de onda

Porque é que as cores não mudam debaixo de água?

A frequência é a mesma, mas a velocidade passa de c a $v = c/n$. Como $c = \lambda_0 f$ e $v = \lambda_n f$:

$$\lambda_n = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} = \frac{\lambda_0}{n}$$

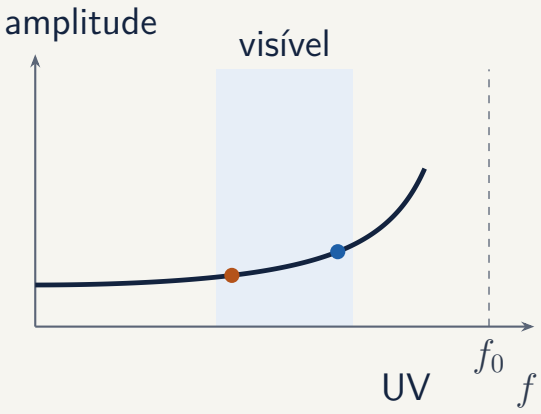
Na água ($n = 1{,}333$), a luz vermelha de $650\,\text{nm}$ passa a ter $650/1{,}333 = 488\,\text{nm}$.

No ar, $488\,\text{nm}$ seria azul-esverdeado.

Dispersão 1. Os electrões são osciladores

O electrão está preso ao átomo como uma massa a uma mola, com frequência própria f_0 no ultravioleta.

A luz força-o a oscilar com frequência f. A amplitude cresce quando f se aproxima de f_0.



Dispersão 2. Do oscilador ao índice

A luz abranda porque os electrões reemitem ondas atrasadas.

- O azul está mais perto de f_0 do que o vermelho.
- Os electrões oscilam mais e reemitem ondas mais fortes.
- A onda total atrasa-se mais: v menor, n maior.

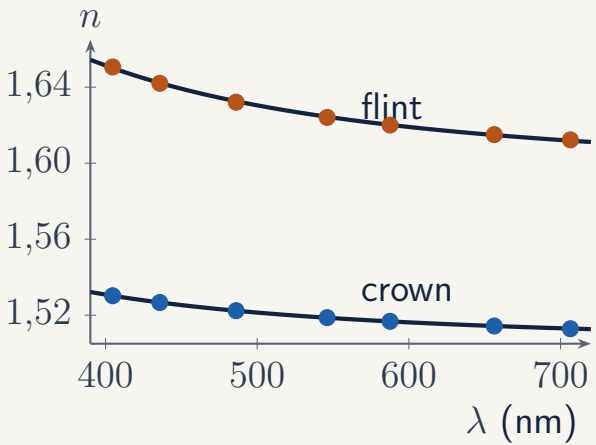
$$n_{\text{azul}} > n_{\text{vermelho}}$$

É a **dispersão**: o índice depende da frequência, logo da cor.

Dispersão 3. Medir e ajustar

Mede-se n com lâmpadas de mercúrio, hidrogénio e hélio, que emitem riscas de λ bem conhecido (pontos).

As curvas ajustam a fórmula de Cauchy aos pontos, em dois vidros ópticos: crown e flint.



Dispersão 4. A fórmula de Cauchy

Em 1836, Cauchy propôs

$$n(\lambda) \simeq A + \frac{B}{\lambda^2}$$

É uma fórmula **empírica**: não se deduz, escolhe-se porque descreve bem as medidas no visível, longe da frequência própria f_0.

- A: o índice para λ muito grande.
- B: quanto o vidro dispersa. Crown: $A = 1{,}505$, $B = 4210\,\text{nm}^2$; flint: $A = 1{,}593$, $B = 9310\,\text{nm}^2$.

Dispersão 5. Vidro crown e vidro flint

- **Crown**: o vidro óptico corrente, de sílica com óxidos de sódio, cálcio ou boro. O nome vem do vidro antigo, soprado em forma de disco.
- **Flint**: com óxido de chumbo. Índice e dispersão maiores.

	n azul (486 nm)	n vermelho (656 nm)	Δn	$\Delta v/v$
crown	1,5224	1,5143	0,0081	0,5 %
flint	1,6321	1,6150	0,0171	1,1 %

RESPOSTA

A cor debaixo de água

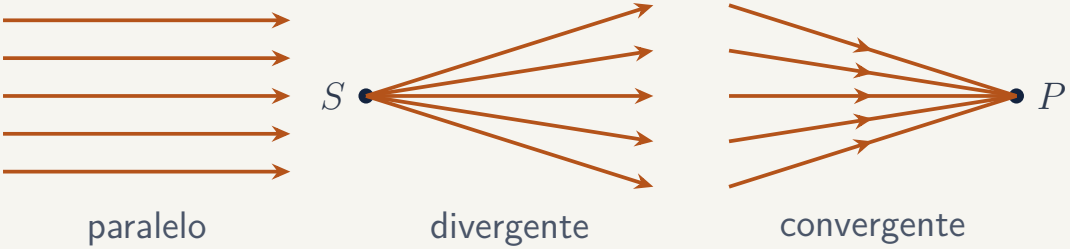
Porque é que as cores não mudam debaixo de água?

- Na água mudam v e λ; a frequência não muda.
- A cor depende da frequência: fixa a energia hf que cada fotão entrega à retina.
- A luz chega à retina sempre através do olho, venha do ar ou da água.

O vermelho continua vermelho, embora na água tenha o λ de um azul-esverdeado.

Raios luminosos e feixes

Quando se pode ignorar a natureza ondulatória, a luz descreve-se por **raios**. Um **feixe** é um conjunto de raios.



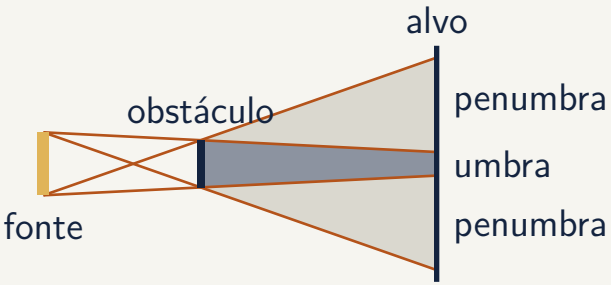
Paralelo: frentes planas. Divergente e convergente: frentes esféricas.

RAIOS

Sombra e penumbra

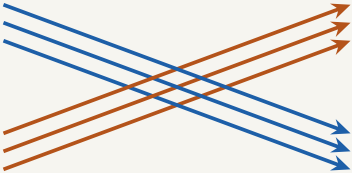
Num meio homogéneo, cada raio é uma recta. Basta traçar os raios que passam rente ao obstáculo.

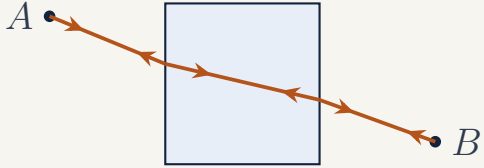
Uma fonte pontual dá uma sombra nítida. Uma fonte extensa dá uma **umbra**, rodeada de **penumbra**.



Independência e reversibilidade

- **Independência**: feixes que se cruzam não se perturbam. É por isso que os feixes de todos os pontos de um objecto podem passar juntos pelo mesmo orifício.
- **Reversibilidade**: se a luz vai de A a B, pelo mesmo caminho vai de B a A.

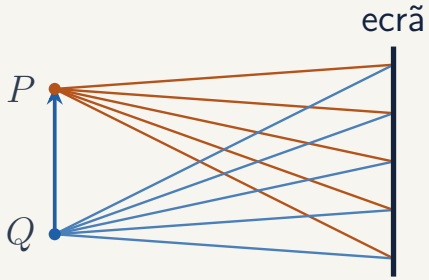




Câmara escura 1. Sem orifício

A seta azul é o objecto; P e Q são dois dos seus pontos.

Cada ponto emite luz em todas as direcções. Cada linha é um **raio**: uma direcção da luz que sai de P ou de Q.

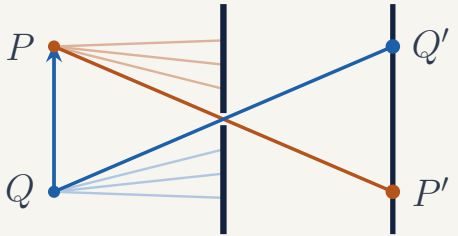


Cada ponto do ecrã recebe luz de P, de Q e de todos os outros pontos: fica iluminado por igual, sem imagem.

Câmara escura 2. Com orifício

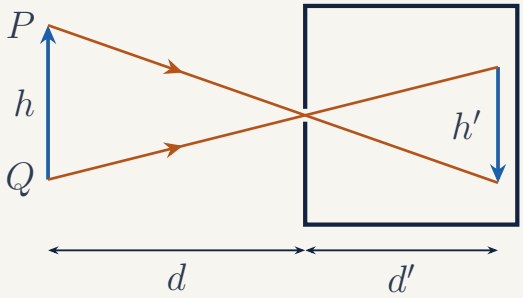
Uma parede com um orifício bloqueia quase todos os raios.

De P só passa um feixe muito estreito, que ilumina um único ponto do ecrã, P'. De Q, só se ilumina Q'.



A imagem forma-se ponto a ponto. P está em cima e P' em baixo: a imagem é invertida.

Câmara escura 3. O tamanho da imagem



Os raios que vêm de P e de Q cruzam-se no orifício. Os dois triângulos são semelhantes:

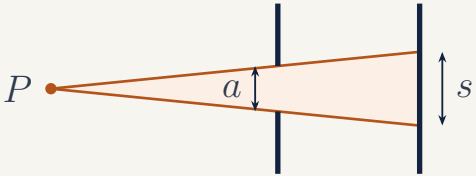
$$\frac{h'}{h} = \frac{d'}{d}$$

Árvore de $10\,\text{m}$ a $50\,\text{m}$, caixa com $d' = 20\,\text{cm}$: $h' = 4\,\text{cm}$.

Câmara escura 4. O tamanho do orifício

Um orifício de largura a deixa passar, de cada ponto, um feixe divergente: no ecrã, uma mancha de largura

$$s = a\,\frac{d + d'}{d} \approx a \quad (d \gg d')$$

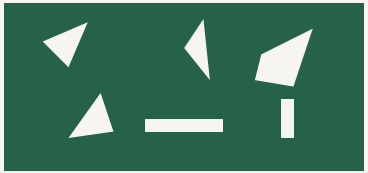


As manchas de pontos vizinhos sobrepõem-se. Maior a: mais luz, imagem esbatida. Menor a: nítida mas escura.

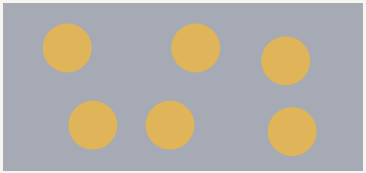
RAIOS

Imagens do Sol 1. O que se vê

Debaixo de uma árvore, ao sol, o chão tem manchas de luz **redondas**, todas do mesmo tamanho. As aberturas entre as folhas são irregulares.



aberturas nas folhas



manchas no chão

Cada abertura funciona como o orifício de uma câmara escura: as manchas são imagens do Sol.

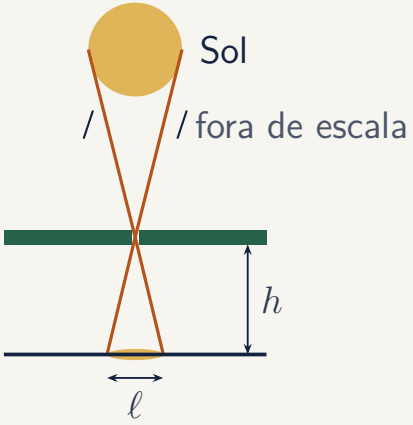
Imagens do Sol 2. O tamanho da mancha

O objecto é o Sol; o ecrã é o chão. As linhas são raios das bordas opostas do Sol, que se cruzam na abertura:

$$\alpha = \frac{D_\odot}{d_\odot} = \frac{1{,}39 \times 10^9}{1{,}50 \times 10^{11}} = 0{,}0093\,\text{rad}$$

$$\ell = \alpha\, h$$

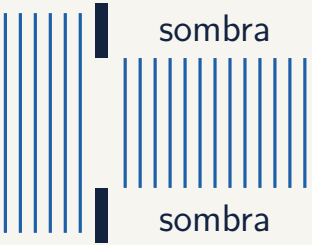
Folhas a $h = 5\,\text{m}$: $\ell = 4{,}7\,\text{cm}$.



Validade 1. Uma onda numa abertura

Porque é que se ouve à volta de uma porta aberta, mas não se vê?

Os raios são uma aproximação. O que decide é a razão entre a largura a da abertura e λ.



$a \gg \lambda$: feixe recto

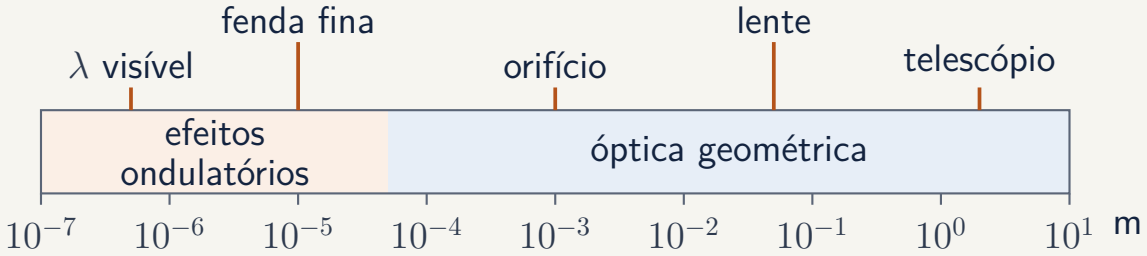


$a \sim \lambda$: a onda abre-se

Validade 2. A escala de comprimentos

Porque é que se ouve à volta de uma porta aberta, mas não se vê?

Os raios bastam quando aberturas e obstáculos são muito maiores do que λ. Para a luz visível, quase sempre.



RESPOSTA

Ouvir à volta de uma porta, sem ver

Porque é que se ouve à volta de uma porta aberta, mas não se vê?

Som e luz são ondas; a porta, com $a \approx 1\,\text{m}$, é a mesma para os dois.

- Luz: $\lambda \approx 0{,}5\,\mu\text{m}$, $a/\lambda \sim 10^6$. Passa como um feixe recto: fora dele, sombra.
- Voz: $\lambda = v/f \approx 343\,\text{m s}^{-1}/343\,\text{Hz} = 1\,\text{m}$, $a/\lambda \sim 1$. A onda abre-se e chega a todo o lado.
- Os agudos têm λ menor e contornam menos: ao lado da porta, a voz ouve-se abafada.

ENUNCIADO

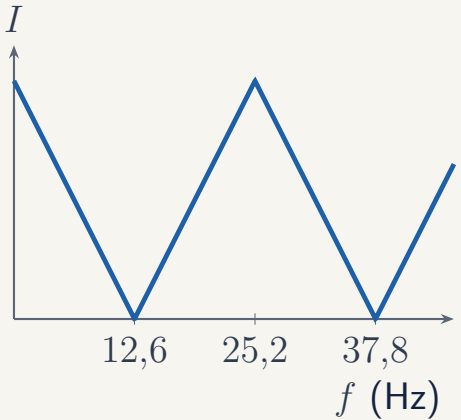
Exercício resolvido I

Fizeau: $L = 8633\,\text{m}$, $N = 720$.
Luz que regressa em função de f.

(a) Com o valor actual de c, onde devia estar f_1?

(b) Outras extinções e máximos.

(c) Tubo de água que baixa f_1 $1\,\%$.



RESOLUÇÃO

Exercício resolvido I

(a) Da condição de extinção, $c = 4LNf_1$:

$$f_1 = \frac{c}{4LN} = \frac{3{,}00 \times 10^8}{4 \times 8633 \times 720} = 12{,}1\,\text{Hz}$$

Fizeau leu $12{,}6\,\text{Hz}$, $4\,\%$ a mais. A luz não se apaga de repente: como mostra o gráfico, enfraquece aos poucos, e era difícil decidir onde estava o mínimo.

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido I

(b) Há extinção quando a roda roda um número ímpar de meios passos:

$$\frac{2L}{c} = \frac{2k-1}{2Nf} \;\Rightarrow\; f_k = (2k-1)\, f_1$$

- extinções: $3f_1 = 37{,}8\,\text{Hz}$, $5f_1 = 63{,}0\,\text{Hz}\ldots$
- máximos: a roda roda um passo inteiro, $2f_1 = 25{,}2\,\text{Hz}$, $4f_1\ldots$

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido I

(c) Num tubo de comprimento ℓ, a velocidade é c/n:

$$t = \frac{2(L-\ell)}{c} + \frac{2n\ell}{c} = \frac{2\left[L + (n-1)\,\ell\right]}{c}$$

f_1 é inversamente proporcional a t:

$$\frac{f_1'}{f_1} = \frac{L}{L + (n-1)\,\ell} = 0{,}99 \;\Rightarrow\; \ell = \frac{87{,}2\,\mathrm{m}}{0{,}333} \approx 262\,\mathrm{m}$$

Impraticável: mede-se c, mas não n.

ENUNCIADO

Exercício resolvido II

Fibra de sílica: $n = 1{,}468$, $\lambda_0 = 1550\,\text{nm}$.



(a) Frequência, velocidade e λ na fibra.

(b) Tempo de trânsito em $100\,\text{km}$.

(c) O eco da avaria chega após $312\,\mu\text{s}$. Calcule d e o seu erro, se n tiver $0{,}1\,\%$ de incerteza.

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido II

(a) A frequência é a do vazio; v e λ dividem-se por n:

$$f = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3{,}00 \times 10^8}{1{,}55 \times 10^{-6}} = 193\,\text{THz}, \qquad v = \frac{c}{n} = 2{,}04 \times 10^8\,\text{m s}^{-1}$$

e $\lambda_n = \lambda_0/n = 1550/1{,}468 = 1056\,\text{nm}$.

(b) A velocidade é constante ao longo da fibra:

$$t = \frac{L}{v} = \frac{1 \times 10^5}{2{,}04 \times 10^8} = 490\,\mu\text{s} \qquad (\text{no vazio, } 334\,\mu\text{s})$$

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido II

(c) O pulso vai e volta: percorre $2d$ no tempo medido.

$$d = \frac{v\,t}{2} = \frac{2{,}04 \times 10^{8} \times 312 \times 10^{-6}}{2} = 31{,}9\,\text{km}$$

Como $d \propto v = c/n$, o erro relativo em n passa para d:

$$\Delta d = 0{,}001 \times 31{,}9\,\text{km} \approx 32\,\text{m}$$

O índice da fibra limita a precisão da localização.

ENUNCIADO

Exercício resolvido III

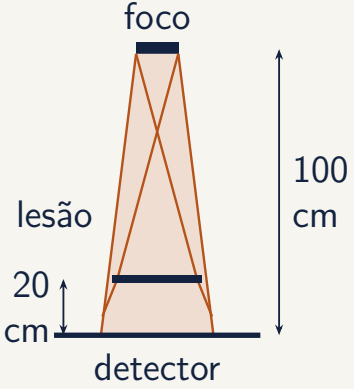
Radiografia: o foco da ampola tem $F = 1{,}2\,\text{mm}$; a lesão mede $5{,}0\,\text{mm}$.

(a) Tamanho da sombra da lesão.

(b) Largura da penumbra.

(c) Foco para penumbra $\leq 0{,}1\,\text{mm}$.

(d) Valem os raios? ($\lambda = 0{,}02\,\text{nm}$)



RESOLUÇÃO

Exercício resolvido III

(a) Foco a $80\,\text{cm}$ da lesão e a $100\,\text{cm}$ do detector:

$$h' = h\,\frac{100}{80} = 1{,}25 \times 5{,}0\,\text{mm} = 6{,}3\,\text{mm}$$

(b) Raios das pontas opostas do foco cruzam-se na aresta da lesão; os triângulos são semelhantes:

$$\frac{U}{F} = \frac{20}{80} \;\Rightarrow\; U = 0{,}30\,\text{mm}$$

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido III

(c) Mantendo a lesão a $20\,\text{cm}$ do detector, o foco afasta-se da lesão até s:

$$F\,\frac{20}{s} \leq 0{,}10 \;\Rightarrow\; s \geq 240\,\text{cm}$$

O foco fica a $260\,\text{cm}$ do detector. Como a intensidade cai com a distância, prefere-se um foco menor.

(d) $a/\lambda \approx 5\,\text{mm}/0{,}02\,\text{nm} \sim 10^8$: os raios X seguem rectas.